

# 使用動態網格的即時布料模擬系統

## A Dynamic Meshing Real-time Cloth Simulation System

江季翰 (Ji-Han Jiang)  
國立虎尾技術學院資工系  
(National Huwei Institute of Technology)  
E-mail: jhjiang@sunws.nhit.edu.twjhjiang

黃尉晃 (Wei-Huang Huang)  
國立羅東高商 (National Lo-Tung  
Commercial Senior High School)  
E-mail: g1334005@stdmail.fgu.edu.tw

### 摘要

近幾年布料模擬的研究方向著重於解決數值方法應用於模擬時產生的不穩定現象。在大部分的研究中，布料的結構通常使用如網格狀的固定質點集合來表示，然而布料在皺褶處的表面曲度變化較大，需要較精細的網格來表示。增加質點數目雖然可以解決問題並且提昇真實度，但是卻會造成計算量呈指數成長，而網格的數目也會以同樣的趨勢大幅增加，對3D繪圖輸出是一大負擔。

效率是即時布料模擬系統考慮的首要條件，因此我們提出後置動態網格調整法，在不增加質點數目的要求下，以動態網格解析度和修正的網格三角形化方法等二種方式來改善低質點解析度造成布料外觀粗劣的問題。此外我們也加上碰撞偵測的加速機制來提昇模擬的效率，最後我們完成一個以物理原理為基礎的布料模擬系統，並設計實驗場景以驗證成效。

**關鍵詞：**布料 (cloth) 可形變物體 (deformable object) 數值模擬 (numerical simulation)、動態網格 (dynamic mesh adjustment)

### 壹、緒論

人物角色是電腦動畫製作中相當重要的部分，而布料的廣泛用途，是襯托角色以及場景中不可或缺的重要配件 [6]。布料模擬依用途可以分為兩個方向，其一是求真。如何將布料的外觀（例如皺褶）鉅細靡遺的表現出來，甚至結合真實布料的物理特性數據，是此類系統的首要任務 [3][4]；其二是求快，在能夠表現布料基本特性的條件下，以最有效率的方法模擬布料的動態行為。Baraff 和 Witkin [1] 提出修改的配對梯度法 (Modified Conjugated Gradient Method) 以解決龐大線性系統的問題，並使得系統能以較大的時間間距來進行布料模擬，但不會產生不穩定的現象。

對於需要即時互動的虛擬實境及娛樂遊戲而言，如何以更簡單的方法，以及適當的質點數目來模擬布料的動態行為，成為另一個研究方向。Desbrun [8] 以預先計算濾除法 (Precomputed Filter) 來降低解龐大線性系統的計算負擔，但是卻無法以動態的方式來修改

布料的材質特性以及時間間距。Kang 等人 [12][13][14] 捨棄解線性系統的方式，改以近似的隱式積分法 (Approximate Implicit Integration) 來建構布料模擬系統。這種方法有簡單且快速的優點，適用於使用較少質點數目的即時布料模擬系統。

布料的結構通常使用如網格狀的固定質點集合來表示，然而布料在皺褶處的曲度變化較大，需要較精細的網格來描繪細微變化的部分。對於以真實度為主要訴求的模擬系統而言，提高布料的質點解析度是最直接的方法；但對於即時系統而言，效率是我們考慮的首要條件，因此必須在真實度與速度上取得平衡，而這代表布料的質點解析度不能太高。以增加質點數目的方式來增加網格解析度，雖然可以提昇真實度，但會造成計算量呈指數成長，而網格的數目也會以同樣的趨勢大幅增加，對3D繪圖輸出也是一大負擔。因此必須在不增加質點數目的要求下，設計出一種動態的機制來改善低質點解析度所造成的問題。

布料是常見的可形變材質，在3D動畫製作中佔有相當重要的地位。如何真實地將布料的特性表現出來，是動畫製作過程中相當大的挑戰。本研究著重於如何即時呈現布料的動態外觀，我們首先探討布料的特性，從過去的研究文獻中了解布料模擬的發展以及研究的重點，接下來選擇合適的演算法來建構我們的布料模擬系統。

由於即時布料模擬系統必須在可接受的真實度要求下，以最少的計算量及網格數目來提昇畫面的更新速率，因此我們嘗試結合由Kang 等人 [12][13][14] 所提出的近似的隱式積分法和碰撞偵測加速的技巧，並提出後置動態網格調整方法 (Post Dynamic Mesh Adjustment Method) 在不增加質點數目的要求下，根據網格曲度大小來適時增加其解析度，用以加強布料皺褶處的畫面表現。為驗證我們的方法，我們計劃實作一個以物理原理為基礎的布料模擬系統，並且設計不同的情境來加以模擬比較，期望能夠在簡易性、真實性與即時性等綜合要求下取得良好的效果。我們希望研究的成果對可形變物體的模擬能有所貢獻，進而能應用在虛擬實境以及娛樂遊戲上。

## 貳、文獻探討

### 一、質點系統 (Particle System) 與質點—彈簧模型 (Mass-Spring Model)

從分子層次來模擬可形變物體是最佳的方法，但是並不實際。若是將物體視為由有限數目的離散 (Discrete) 質點所組成，並且具有質量、速度等性質，而質點間有作用力存在，對於外界的環境，例如重力、空氣阻力等也能作出回應，則只要有相當數目的質點，就能展現物體的基本特性，數目愈多精確度愈高。這種由一個以上質點所組成的系統稱之為質點系統，成員質點可以擁有不同的性質以及限制條件 [18]。

在質點系統中必須有某種機制來表達質點間的相互作用以及外力的影響。最常見的方式是利用虛擬彈簧來連結架構上相近的質點。藉由此種簡單的機制，可以將物體連成一維、二維或是三維的空間結構，這種方法稱為質點—彈簧模型，其運動模式由牛頓的第二運動定律 (Newton's Second Law of Motion) 以及虎克定律 (Hook's Law) 所規範。

在牛頓的第二運動定律中，物體的加速度與受力成正比，可表示成  $F = ma$ ，其中  $F$  為物體受力大小、 $m$  為物體的質量、 $a$  為物體的加速度；虎克定律可表示為  $F = k(x-L)$ ，若彈簧一端固定，物體繫於另一端，則物體受到的力  $F$  與彈簧的伸長量成正比，其中  $k$  代表彈簧的彈性係數、 $x$  為物體的位置、 $L$  為彈簧的自然長度 (Rest Length)。我們將兩公式合併可得到式子  $ma = k(x-L)$ ，若以物體位置對時間的二次微分來取代上式中的加速度，則可以得到微分方程式  $x'' = m^{-1}k(x-L)$ 。我們可以用更簡潔的方式  $x'' = f(t, x)$  來加以表示，其中的  $t$  代表時間，而  $x$  則是時間的函數。若再考慮空氣阻力以及摩擦力等與速度有關的作用力，則可用  $x'' = f(t, x, x')$  來表示。

### 二、數值方法

我們通常可以用數學來表達物理現象，而他們通常以微分方程式的形式存在。然而對於某些物理問題，我們並無法由公式得知某一物理量明確的運作機制，只知道它與其他物理量以某種形式的關係存在。解微分方程式的目的在於求取未知函數的明確形式，以解開某物理量的運作機制。例如上一章所提到的，我們只知道質點的受力與彈簧的伸長量成正比，但是從公式中我們卻不知道質點在任一時間的位置。因此欲得知質點位置隨著時間變化的情形，我們必須求得此未知函數。在簡單的質點—彈簧模型中，質點的位置為：

$$x(t) = r \cos(\omega t), \quad \omega = (k/m)^{1/2}。$$

其中  $m$  為質點的質量， $k$  為彈簧的彈性係

數， $r$  為彈簧的振幅，而彈簧的週期為  $2\pi/\omega$ 。上式為質點位置的分析解，然而在實際面對問題時，外在條件通常不處於理想狀態，因此空氣阻力、摩擦力、重力等的因素必須加以考慮，所以公式會變得複雜，而求取分析解會變得愈加困難，甚至無法求得。

數值分析 (Numerical Analysis) 是利用電腦以純數值的方式來解決問題的程式與方法。解答問題的方法稱為數值方法，求得的解答則稱為數值解 (Numerical Solution)。利用電腦求取問題的數值解雖然較為簡單，但數值解在本質上是近似解，而分析解則是正確解。因此在利用數值方法時，我們必須事先考慮問題的特性，選擇適當的數值方法，並評估誤差累積對系統的影響，以期對模擬結果有適度的掌控與預期。

### 三、微分方程式與數值不穩定

以微分方程式來表示物理現象的目的在於求得未知函數隨著時間變化的結果。使用數值方法求取未知函數的近似解，是在分析解不易求得的情況下對物理現象做模擬呈現。數值方法是近似的方法，因此有先天的限制存在。使用顯式尤拉法 (Explicit Euler Method，或稱為 Forward Euler Method) 是求取一階常微分方程式 (Ordinary Differential Equations，簡稱 ODE) 數值解中最簡單的方法 [23]。然而顯式尤拉法是泰勒序列的一階近似 (First-Order Approximation)，它忽略了二次微分以及之後所有的項，因此求得的解有誤差存在，如圖 1 所示，這種誤差稱為截斷誤差 (Truncation Error)。在實際應用上，若獨立變數的間距值愈小，則顯式尤拉法的結果會愈接近正確值。若微分方程式系統中有某些函數會隨著獨立變數的改變產生巨幅的變動，則我們稱此系統具有劇變 (Stiff) 的性質，而方程式稱為劇變方程式 (Stiff Equations)。當系統具有此種特性時，對於獨立變數的間距值選取必須相當謹慎以避免數值發散，維持系統的穩定性，如圖 2 所示。

就常見的布料而言，其纖維的可延伸性 (Stretchability) 並不高，因此布料具有極低的平面延展性 (In-plane Stretch)。若以平行於布料平面的力來拉扯布料，我們會發現布料是相當堅韌的材質，常見的絲質或是棉質纖維所織成的布料就是很好的例子；但在另一方面，布料的可曲折性 (Out-of-plane Bend) 卻很高，因此相對於同樣是屬於平面狀材質的塑膠片或金屬片，布料很容易產生皺褶而後二者卻很難。由於這兩種特性，使得布料成為一種兼具柔軟及堅韌特性的材質，適用於裝飾或保護物體的表面外觀。

讓布料具有堅韌特性的原因之一在於布料纖維具有很強的抗延伸力，這意味著在布料

模擬中，控制布料延伸的虛擬彈簧其彈性係數要相當大，然而這也是造成布料模擬是一個劇變系統（Stiff System）原因。雖然有很多種布料具有很大的延展性或是伸縮彈性，但是這些情況並不是布料模擬困難的地方。由於常見布料其低平面延展性的特質使模擬變得較為困難，也因此使得布料成為電腦繪圖界中具有研究價值的主題。

#### 四、隱式尤拉法與近似的隱式積分法

顯式尤拉法存在著數值模擬穩定性的問題，對於劇變方程式，若要維持數值的穩定性，必須隨著變動度的增大而減少獨立變數的間距值，但如此會導致模擬的速度極為緩慢，因此並不適用於即時系統。所以選擇合適的數值方法以避免產生不穩定現象，是劇變方程式設計時相當重要的一項課題。隱式尤拉法，又稱為回溯式尤拉法，是解決穩定性問題的一個途徑。然而隱式尤拉法在計算上對即時系統而言仍是不小的負擔，因此 Kang 等人 [12][13][14] 提出了近似的隱式積分法，在兼顧系統的穩定性下，提供了在計算複雜度上為  $O(n)$  的方法。此種作法的最大優點在於質點的下一個位置可以利用上一個狀態代入直接求得。相對於隱式尤拉法，此種方式除了計算時間的降低外，系統的建置也較為簡單，對於較不重視精確性但是對畫面更新速率有嚴格要求的即時系統而言，是一種適合的作法。

#### 五、碰撞偵測

碰撞偵測主要的目的在於以自動化的方式告知系統中的幾何物件（Geometry Object）即將產生或是已經產生碰撞。直覺上，碰撞偵測必須對系統中所有的物件進行碰撞的判斷，因此在計算時間複雜度上是  $O(n^2)$ ，會形成執行效率上的瓶頸，所以如何提升碰撞偵測的效率自然成為一個研究主題 [5][11]。一個完整的布料模擬系統除了布料本身的動態模擬外，自身與週遭物體的碰撞偵測對系統的效率也有相當程度的影響，因此一個有效率的碰撞演算法對模擬系統，其重要性不下於數值模擬的部分。

### 參、研究方法與步驟

#### 一、布料結構的建立

為了能模擬布料纖維的結構、纖維的彎曲以及變形的作用（如圖 3、圖 4）我們以結構彈簧（Structure Spring）、彎曲彈簧（Bending Spring）以及網格彈簧（Shearing Spring）來建構布料，如圖 5 所示。結構彈簧連結位於同一經線（Warp）或緯線（Weft）的四個相鄰質點，以構成布料的基本外觀。若布料屬於較不具彈性的材質，則其纖維不易伸展，代表結構彈簧較不易變形，因此其彈性係數必須設定較大的

值；網格彈簧連結質點週邊 45 度對角方向的質點，用於維持布料的網格結構，避免因剪力（Shearing Force）的作用而產生過度的形變；彎曲彈簧則連結位於同一經線或緯線間隔一質點的四個質點，用以控制布料的可曲折程度。若設定較大的值則布料不易產生彎曲。我們可以藉由調整這三種彈簧的彈性係數來加獲得所需的布料特性。

#### 二、後置動態網格調整方法

就一個即時布料模擬系統而言，速度是很重要的因素，若單位長度增加一倍的質點解析度，則數值計算量以及網格數量將呈平方倍成長，所以布料的質點解析度通常無法設定太高。因此，對於布料表面變化較大的地方（例如皺褶處），往往會缺乏足夠的網格來加以表示，從而造成布料外觀較為粗劣（Coarse）的現象，如圖 6 所示。基於這個問題，我們提出一個後置動態網格調整方法，在不大幅增加系統模擬時間的前提下，改善布料的畫面表現。

後置動態網格調整方法包含兩個步驟，分別為動態網格解析度（Dynamic Mesh Resolution）以及修正的網格三角形化方法（Adjusted Mesh Triangulation）。動態網格解析度的目的是適時提高網格的解析度，以改善布料表面變化較大處網格不足的情形，如圖 7。其運作的方式是以評估布料表面曲度（Curvature）的變化來做為提昇網格解析度的依據，如圖 8、圖 9 所示；修正的網格三角形化方法則是以正確的分割方式將網格切割為三角形，做為 3D 繪圖輸出的基本物件，這一個步驟對光影效果的正確與否有很大的影響，如圖 10 所示。

### 肆、系統實作

#### 一、系統架構及流程

本研究的布料模擬實作系統就程式功能分為質點互動、碰撞偵測、後置動態網格調整、繪圖輸出以及使用者控制介面等五個部分，如圖 11 所示。質點互動部分負責計算在質點間的作用力以及重力的交互影響下，質點的速度以及位置；碰撞偵測部分判斷布料自身以及週圍物體是否有碰撞情形，若有碰撞則在碰撞發生後調整質點的位置及速度；後置動態網格調整部分負責調整網格解析度以改善布料表面的畫面呈現；繪圖輸出則是將網格三角形化後的資料以及貼圖（Texture）交由 3D API（Application Program Interface）輸出；使用者控制介面則允許使用者在模擬過程中動態調整布料的各項參數，以及視角的切換。

就資料結構而言，包含質點物件、布料物件、週圍物件以及環境控制變數。質點物件具有位置、速度、質點連接形態以及貼圖座標（Texture Coordinate）等屬性；布料物件包含

構成布料的質點物件集合、布料屬性及多邊形資料；週圍物件則僅具多邊形資料及貼圖座標；環境控制變數則包含重力值、後置動態網格調整參數、模擬的時間間距、以及繪圖參數等。本研究的布料模擬系統執行流程包含布料初始化、質點位置計算、碰撞偵測、後置動態網格調整、使用者介面調整以及繪圖輸出等六個主要步驟。

系統首先執行的是布料的初始化步驟，此步驟負責建立布料的結構以及設定所有物件及環境參數，接下來使用「近似的隱式積分法」進行布料質點的內力以及外力的計算，以決定布料成員質點下一個時間點的初始位置，而質點的最終位置必須經過碰撞偵測步驟加以調整。為了改善布料的外觀，使用後置動態網格調整法來加強布料皺褶處的表現，最後根據使用者的操作來繪出整個場景（以滑鼠改變視角或按鍵動態改變模擬參數）。

## 二、實驗結果

為驗證我們的布料模擬系統，我們設計四個實驗以取得數據以及參考畫面，這些實驗分別為：質點解析度對模擬時間的影響、布料模擬的正確性、後置動態網格調整法的應用以及綜合比較等。

「質點解析度對模擬時間的影響」的實驗是用來檢視布料質點解析度與模擬時間增加的關係。布料的質點數目隨著解析度的增加呈平方倍成長，因此理論上計算的時間也會以同樣的趨勢增加。為了瞭解實際情況，我們設計布料垂落球體的場景以取得數據。布料的初始外觀是正方形，在垂落的過程中，四個角落的質點運動幅度比較大，因此我們以這四個質點在間隔的時間點所移動的距離是否小於門檻值，以做為模擬是否達到穩定狀態的條件。

實驗針對不同的質點解析度設計，從 $21 \times 21$ 至 $53 \times 53$ ，每個實驗項目間隔2個質點，總共17個項目。我們在模擬的過程中測定布料擺動至穩定狀態所花費的時間。實驗的數據如表1所示，我們根據資料繪成折線圖加以比較，如圖12所示。從數據可以看出，模擬時間基本上隨著質點解析度的增加而呈指數趨勢成長，這與我們的預測是相符的。因此以增加質點解析度以做為提高布料外觀真實度，需要付出很高的時間代價。

「布料模擬的正確性」實驗是以布料模擬的畫面來檢視布料的結構、數值模型以及碰撞偵測演算法是否能正確運作。實驗設計採用方形桌面、圓形桌面以及球體等三種場景，質點的解析度使用 $53 \times 53$ 。採用高質點解析度的原因在於可以檢視布料皺褶的細節，模擬時間在這一實驗暫不予考慮。

實驗的結果如圖13所示。從布料垂落方形桌面的場景中，我們可以看到在四個角落產

生了適當的皺褶；而在垂落圓形桌面的場景中，布料因為圓滑的桌緣而產生更多的皺褶；在垂落球體的場景中，布料很正確地包覆球體，並且在球的下半部產生了自然的皺褶，這一個實驗也檢視了碰撞偵測的正確性。根據以上的結果可以確認，我們的布料模擬系統可以適用於大部分的靜態場景物件情境，至於動態的場景物件本研究並未納入。

「後置動態網格調整法的應用」實驗是用來評估我們所提出改善布料外觀的方法其使用成效。實驗採用一個 $27 \times 27$ 質點解析度的布料來進行，場景使用方形桌面以及球體二種。在布料垂落方形桌面的實驗中，我們發現使用固定的網格三角形化方式在布料的皺褶處會產生不正確的分割，影響了光影的效果，如圖14(a)。在使用修正的網格三角形化方法後，可以得到較為平順的表面，而畫面因此可以得到立即的改善，如圖14(b)。接下來的實驗在修正的網格三角形化方法的基礎上再加入動態網格解析度方法。由於網格解析度不足，陰影區會影響到明亮區的部分，使得桌面邊緣產生較不自然的現象，如圖14(a)。在動態調整網格解析度後，布料位於桌緣處的網格解析度得以適時增加，如圖14(d)，邊緣角度看起來也較為清楚銳利。

在布料自由垂落球體的實驗中，由於布料的網格解析度不高，因此雖然能產生皺褶，但其表面及邊緣的平滑度卻很不理想，有種凹凸不平的感覺，如圖15(a)。在使用修正的網格方法後，皺褶的表面變得較為平滑自然，如圖15(b)。在使用動態調整網格解析度後，從圖15(d)可以看出網格的解析度隨著表面的曲度變化適時增加，產生了較細的網格，使得皺褶外觀更為平滑，也能產生較自然、明顯的陰影。

「綜合比較」實驗是用來評估使用後置動態網格調整法的利弊得失。我們設計了低解析度( $27 \times 27$ )未使用後置動態網格調整法、低解析度( $27 \times 27$ )使用後置動態網格調整法以及高解析度( $53 \times 53$ )未使用後置動態網格調整法等三個實驗項目，在模擬過程中計算布料自由垂落至穩定狀態所需的時間。從表2及表3的數據可以看出，增加一倍質點解析度，在模擬時間上變成原來的四倍以上，增加量相當可觀；圖16是低解析度使用後置動態網格調整法以及高解析度未使用後置動態網格調整法的畫面比較，較高的質點解析度可以展現出較為細緻真實的布料皺褶形態，但是所使用的模擬時間卻相當不利於即時系統。低質點解析度的布料經過我們的方法處理後，在外觀上有接近高解析度的效果。

雖然提昇質點的解析度對模擬的真實度有相當大的助益，但是卻讓數值模擬、碰撞偵

測的計算以及網格三角形化後的數目大量增加，同時布料的延伸問題也更為嚴重；較低的質點解析度雖然可以改善此一現象，卻也造成布料外觀粗劣的問題。在使用了後置動態網格調整方法後，改善了布料皺褶處的外觀，也減少了三角形數目，而增加的計算負擔反應在模擬時間上卻不甚明顯。

## 伍、結論

就設計一個即時的布料模擬系統而言，效率是考慮的首要條件，因此必須在真實度與速度上取得平衡，這代表布料的質點解析度不能太高。因此，我們提出後置動態網格調整方法，以「動態網格解析度」和「修正的網格三角形化方法」二個步驟來改善低質點解析度造成布料外觀粗劣的現象，達到更為平滑自然的效果。

本研究結合了前人所提出的穩定且有效率的數值方法以及碰撞偵測加速技巧，設計一個以物理原理為基礎的即時布料模擬系統。根據實驗的結果，我們的系統能正確地模擬出布料的基本特性，並且能符合即時的要求。

本研究目前只對增加一倍的網格解析度來改善即時布料模擬的畫面表現，未來可以朝向更為彈性的倍率來研究，此外也可考量適時的加入質點，以求得更為真實的效果。

## 參考文獻

- [1] Baraff, D. and Witkin, A., "Large Steps in Cloth Simulation," *Proceedings of SIGGRAPH '98*, ACM Press, 1998, pp. 43-54.
- [2] Bergen, G., "Efficient Collision Detection of Complex Deformable Models Using AABB Trees," *Journal of Graphics Tools*, Vol. No. 4, 1997, pp. 1-13.
- [3] Breen, D. E., House, D. H., and Wozny, M. J., "Predicting the Drape of Woven Cloth Using Interacting Particles," *Proceedings of SIGGRAPH '94*, ACM Press, 1994, pp. 365-372.
- [4] Breen, D. E., House, D. H., and Wozny, M. J., "A Particle-Based Model for Simulating the Draping Behavior of Woven Cloth," *Textile Research Journal, TRI/Princeton*, Vol. 64, 1994, pp. 663-685.
- [5] Bridson, R., Fedkiw, R., and Anderson, J., "Robust Treatment of Collisions, Contact and Friction for Cloth Animation," *Proceedings of SIGGRAPH '02*, ACM Press, 2002, pp. 594-603.
- [6] Carignan, M., Yang, Y., Magnenat-Thalmann, N., and Thalmann, D., "Dressing Animated Synthetic Actors with Complex Deformable Clothes," *Proceedings of SIGGRAPH '92*, ACM Press, 1992, pp. 99-104.
- [7] Cohen, J. D., Lin, M. C., Manocha, D., and Ponamgi, M. K., "I-COLLIDE: An Interactive and Exact Collision Detection System for Large-Scale Environments," *Proceedings of ACM Interactive 3D Graphics Conference*, 1995, pp. 189-196.
- [8] Desbrun, M., Schroder, P., and Barr, A., "Interactive Animation of Structured Deformable Objects," *Proceedings of Graphics Interface 1999*, 1999, pp. 1-8.
- [9] Gibson, S. and Mirtich, B., "A Survey of Deformable Modeling in Computer Graphics," *Technology Report No. TR-97-19*, Mitsubishi Electric Research Lab., 1997.
- [10] Gottschalk, S., Lin, M., and Manocha, D., "OBB-Tree: A Hierarchical Structure for Rapid Interference Detection," *Proceedings of SIGGRAPH '96*, ACM Press, 1996, pp. 171-180.
- [11] Huh, S., Metaxas, D., and Badler, N., "Collision Resolutions in Cloth Simulation," *Computer Animation*, 2001, pp.122-127.
- [12] Kang, Y. M., Choi, J. H., Cho, H. G., and Park, C. J., "Fast and Stable Animation of Cloth with An Approximated Implicit Method," *Proceedings of Computer Graphics International 2000*, 2000, pp. 247-256.
- [13] Kang, Y. M., Choi, J. H., Cho, H. G., and Lee, D. H., "An Efficient Animation of Wrinkled Cloth with Approximate Implicit Integration," *The Visual Computer Journal*, Springer-Verlag, Vol. 17, 2001, pp. 147-157.
- [14] Kang, Y. M., Choi, J. H., Cho, H. G., Lee, D. H., and Park, C. J., "Real-Time Animation Technique for Flexible and Thin Objects," *Proceedings of WSCG 2000*, 2000, pp. 322-329.
- [15] Lin, M. C. and Gottschalk, S., "Collision Detection between Geometric Models: A Survey," *Proceedings of IMA Conference on Mathematics of Surfaces*, 1998, pp. 37-56.
- [16] Mirtich, B., "V-Clip: Fast and Robust Polyhedral Collision Detection," *ACM Transactions on Graphics (TOG)*, ACM Press, Vol. 17, 1998, pp. 177-208.
- [17] Peachey, D. R., "Modeling Waves and Surf," *Proceedings of SIGGRAPH '86*, ACM Press, 1986, pp. 65-74.
- [18] Provot, X., "Deformation Constraints in A Mass-Spring Model to Describe Rigid Cloth Behavior," *Proceedings of Graphic Interface '95*, 1995, pp. 147-154.
- [19] Szeliski, R. and Tonnesen, D., "Surface Modeling with Oriented Particle Systems," *Proceedings of SIGGRAPH '92*, ACM Press, 1992, pp. 185-194.
- [20] Volino, P. and Magnenat-Thalmann, N., "Comparing Efficiency of Integration Methods for Cloth Animation," *Proceedings of Computer Graphics International (CGI) 2001*, 2001, pp. 256-267.
- [21] Volino, P., Courchesne, M., and Magnenat-Thalmann, N., "Versatile and Efficient Techniques for Simulating Cloth and Other Deformable Objects," *Proceedings of SIGGRAPH '95*, ACM Press, 1995, pp. 137-44.
- [22] Weil, J., "The Synthesis of Cloth Objects," *Proceedings of SIGGRAPH '86*, ACM Press, 1986, pp. 49-54.
- [23] Zill, D. G., *A First Course in Differential Equations with Modeling Applications*, 6th ed., Brooks/Cole, 199

表 1：質點解析度與布料模擬至穩定狀態所花費的時間

質點解析度	21×21	23×23	25×25	27×27	29×29	31×31	33×33	35×35	37×37
時間(秒)	21.1	24.6	21.6	22.9	32.4	38.4	48.8	55.8	63.7
質點解析度	39×39	41×41	43×43	45×45	47×47	49×49	51×51	53×53	
時間(秒)	78.8	72.7	81.6	122.2	124.3	138.1	155.8	221.5	

表 2：布料垂落方形桌面的數據資料

質點數目	時間(秒)	三角形數目	後置動態網格調整法
27×27	5.4	1352	未使用
27×27	5.9	4563	使用
53×53	33.9	5408	未使用
場景：布料垂落桌面 距離門檻值：0.95×2×布片寬度			

表 3：布料垂落球體的數據資料

質點數目	時間(秒)	三角形數目	後置動態網格調整法
27×27	22.9	1352	未使用
27×27	24.7	3072	使用
53×53	221.5	5408	未使用
場景：布料垂落球體 距離門檻值：0.95×2×布片寬度			

註：27×27 布料使用結構彈簧彈性係數 422、網格彈簧彈性係數 59、彎曲彈簧彈性係數 8  
53×53 布料使用結構彈簧彈性係數 1562、網格彈簧彈性係數 219、彎曲彈簧彈性係數 31

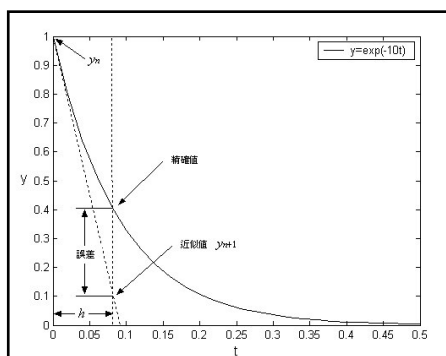


圖 1：顯示尤拉法的誤差

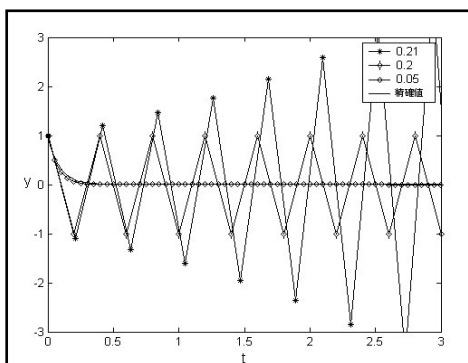


圖 2：獨立變數間距值對穩定性的影響

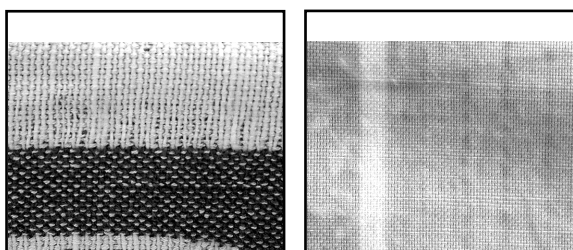


圖 3：布料的纖維構造

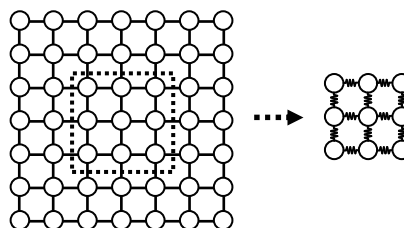


圖 4：使用虛擬彈簧連結質點

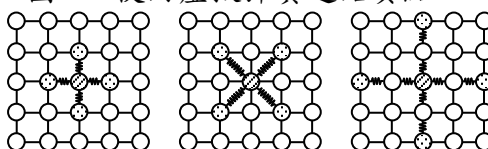


圖 5：使用三種彈簧於布料結構

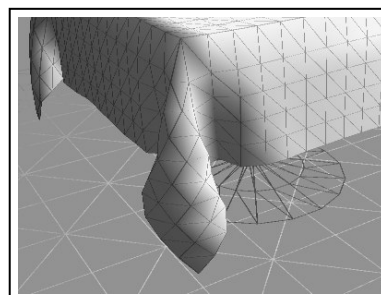
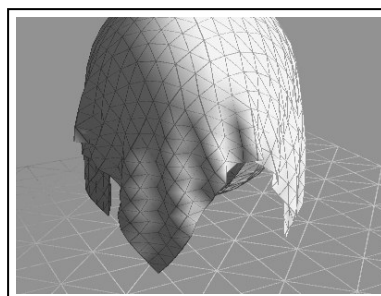


圖 6：質點解析度不足造成外觀粗劣現象

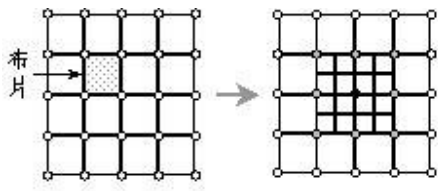


圖 7：增加網格解析度

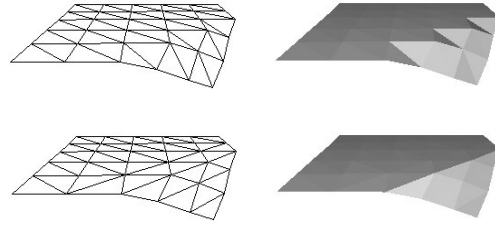


圖 10：正確網格三角形化對光影的影響

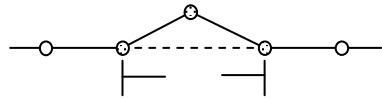


圖 8：評估表面曲度的方法

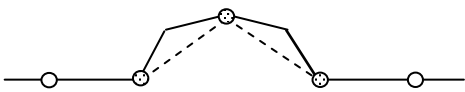


圖 9：改善布料的表

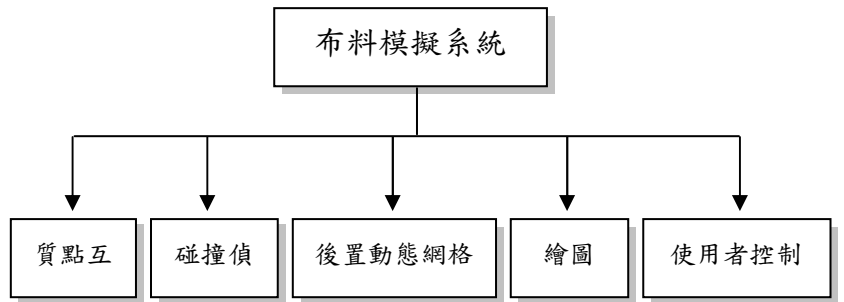


圖 11：布料模擬系統功能架構

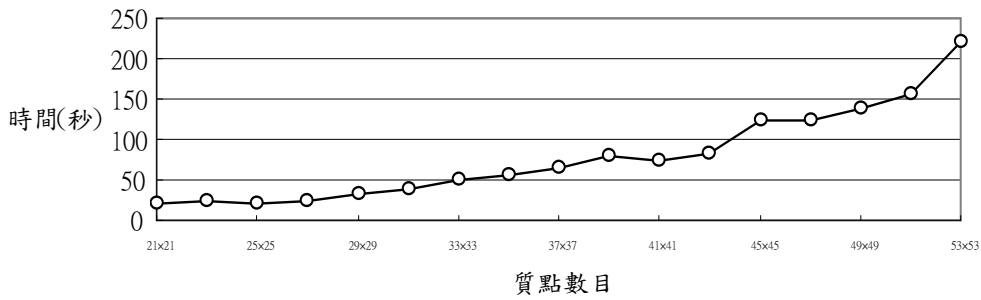


圖 12：模擬時間與質點解析度的關係

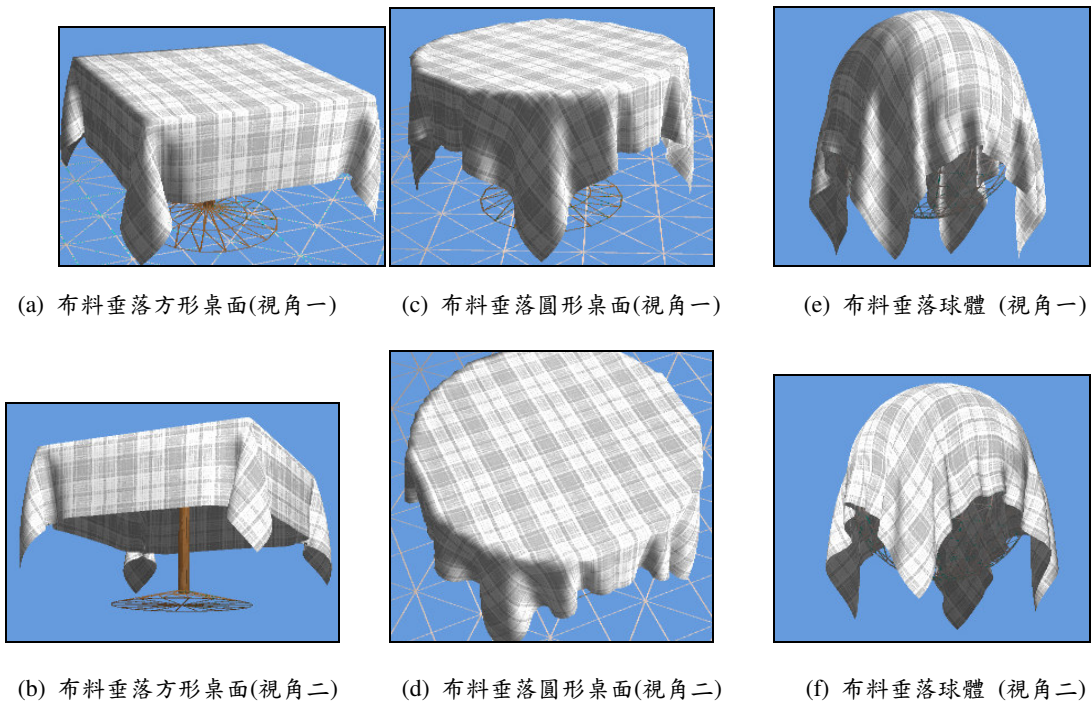
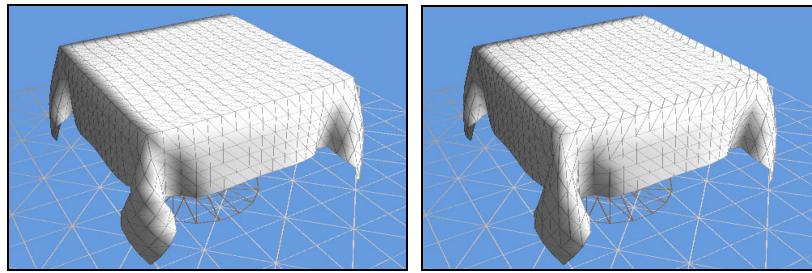
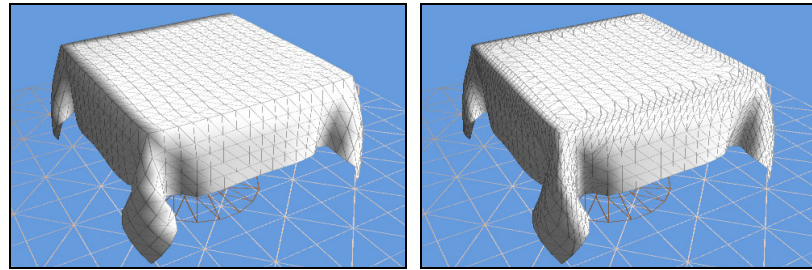


圖 13：檢視布料模擬的正確性



(a) 網格未經何調整

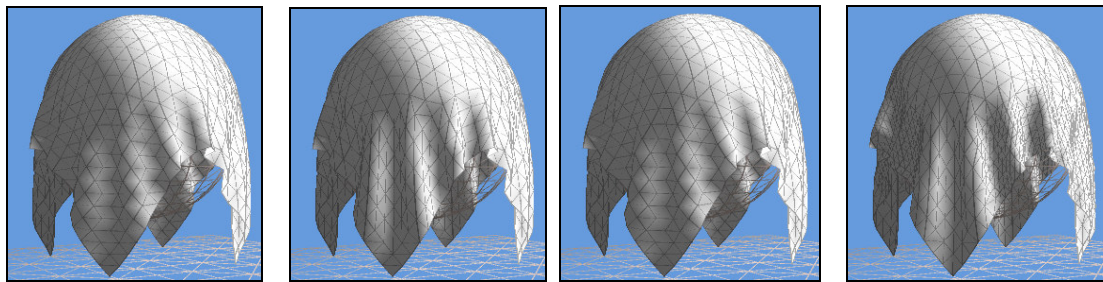
(b) 使用修正的網格三角形化方法



(c) 網格未經任何調整

(d) 使用後置動態網格調整法

圖 14：後置動態網格調整法的應用—方形桌面場景



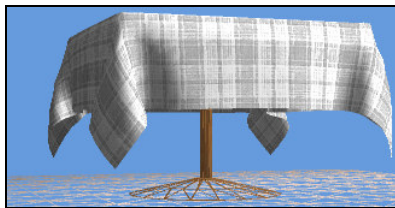
(a) 網格未經調整

(b) 修正的網格三角形化方法

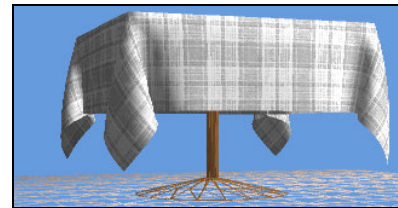
(c) 網格未經調整

(d) 後置動態網格調整法

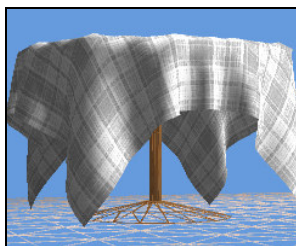
圖 15：後置動態網格調整法的應用—球體場景



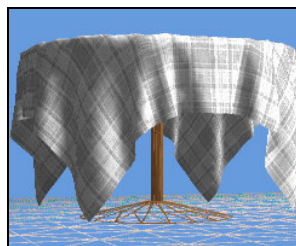
(a) 低質點解析度



(b) 高質點解析度



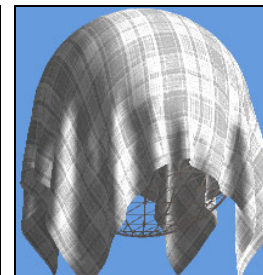
(c) 低質點解析度



(d) 高質點解析度



(e) 低質點解析度



(f) 高質點解析度

圖 16：低質點解析度使用後置動態網格調整法與高解析度的畫面比較