

逢甲大學學生報告 ePaper

機械手臂手腕旋轉軸 J6 傳動系統

Design of wrist mechanism of robot manipulator

作者：王怡惠、蘇士偉

系級：機電三乙

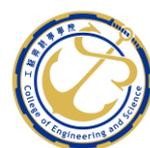
學號：D0878239、D0808056

開課老師：朱智義

課程名稱：機械設計(二)

開課系所：機械與電腦輔助工程學系

開課學年： 110 學年度 第 2 學期



中文摘要

原設計的 J6 傳動系統的機構設計，輕且小，但相對的價格較為高昂，此報告使用行星齒輪來取代，雖體積比原設計的傳動系統大，但費用上相對節省了許多。此報告先假設鋼板的厚度，在實施機構設計的環節。

設計的過程中，使用繪圖軟體繪製初步設計圖，再運用手臂夾取鋼板的位置先行計算出所承受的力，由計算結果去選配各個所需的基本零件，而行星齒輪為此設計重要的環節之一，計算的開始先假設齒數、模數，在由齒輪的彎應力、彎曲強度計算去驗證齒數與模數的設定是否為恰當，設定完畢後，利用剪力、彎矩圖求出，適合的軸徑大小與軸承選配，最後運用前面計算出的結論，繪製出最後組合圖。

此設計，最後繪製出適合 $\sqrt{8}$ Kg重的 J6 傳動系統，行星齒輪設計為本設計的一個特色，使用兩顆行星齒輪，也可求出適合的機構設計，未來如因機械手臂的單價較高，也可考慮此設計，價低成本價格，使彼此的負擔減輕。

關鍵字：J6 系統、機械手臂、機械設計

Abstract

The original design of J6 transmission system is light and small, but the price is high and not reliable. Instead of harmonic drive, this project uses planetary gear reducer to replace it. Although its size is larger, but the cost is much lower and more reliable. This report first assumes the weight of the steel plate and use it as the design goal to achieve. During the design process, a computer software is used to draw the preliminary design drawings. Then location of the clamped steel plate is used to calculate the forces, and the parts are selected based on the calculation results. The planetary gear reducer is key of the design. First is to decide the number of teeth and modulus, and check whether the number of teeth and the modulus is appropriate by calculating the bending stress and bending strength of the gears. Secondly, the size of the shaft diameters are determined using fatigue failure theory. Thirdly, proper bearings are selected according to life required. Finally, detailed engineering drawings, including an assembly drawing, are completed. In the future, if the price and high-speed ratio of a robotic arm are major concerns, a two-stage planetary gear reducer can be considered using similar design process.

Keyword : J6 system 、 robot arm 、 Mechanical Design

目 次

中文摘要.....	1
英文摘要.....	2
圖目錄.....	4
表目錄.....	5
一、機構布置.....	7
二、負載分析	8
2-1 馬達選配	8
2-2 皮帶選配	9
2-3 行星齒輪設計	12
2-4 齒輪設計	12
三、軸設計、軸承選配.....	19
3-1 行星齒輪軸	19
3-2 太陽齒輪軸	23
3-3 傘齒輪軸	28
四、基本元件選配.....	33
4-1 雙頭圓鍵	33
4-2 扣環	34
4-3 傘齒輪	34
五、總結.....	35
六、工程圖.....	36
七、參考資料.....	40

圖目錄

圖 1、機構佈置圖.....	7
圖 2、負載分析圖.....	8
圖 3、 Pm 值.....	10
圖 4、容許彎曲、接觸強度.....	14
圖 5、接觸幾何係數.....	17
圖 6、行星齒輪軸的剪力、彎矩圖.....	20
圖 7、行星齒輪彎矩圖(軸徑計算用).....	21
圖 8、軸承配置圖(行星齒輪軸).....	23
圖 9、太陽齒輪 XY 平面剪力、彎矩圖.....	24
圖 10、太陽齒輪 XZ 平面剪力、彎矩圖.....	25
圖 11、太陽齒輪 XY 平面彎矩圖(軸承 C).....	25
圖 12、太陽齒輪 XZ 平面彎矩圖(軸承 C).....	25
圖 13、太陽齒輪 XY 平面彎矩圖(軸承 D).....	26
圖 14、太陽齒輪 XZ 平面彎矩圖(軸承 D).....	26
圖 15、太陽齒輪 XY 平面彎矩圖(傘齒輪).....	26
圖 16、太陽齒輪 XZ 平面彎矩圖(傘齒輪).....	26
圖 17、軸承配置圖(太陽齒輪軸).....	28
圖 18、傘齒輪 XY 平面剪力、彎矩圖.....	29
圖 19、傘齒輪 XZ 平面剪力、彎矩圖.....	30
圖 20、傘齒輪 XY 平面彎矩圖(E 軸承).....	31
圖 21、傘齒輪 XZ 平面彎矩圖(E 軸承).....	31
圖 22、傘齒輪 XY 平面彎矩圖(F 軸承).....	31
圖 23、傘齒輪 XZ 平面彎矩圖(F 軸承).....	31
圖 24、軸承配置圖(傘齒輪軸).....	33
圖 25、雙頭圓鍵.....	34
圖 26、軸用扣環.....	35
圖 27、傘齒輪.....	35

表目錄

表 1、傳動系統規格表.....	6
表 2、皮帶選配.....	9
表 3、齒數設計.....	12
表 4、行星齒輪基本設定.....	12
表 5、彎應力所需符號.....	15
表 6、太陽齒輪、行星齒輪數據表.....	19



表 1、傳動系統規格表

手腕旋轉軸規格	動作範圍	+180° ~ -180°
	最大動作速度	360° /s
馬達規格	額定功率	0.4 kW
	額定扭矩	1.27 N m
	軸徑	14 mm
	額定轉速	3000 rpm
行星齒輪減速機規格	減速比	< 10
	額定輸出扭矩	1270 N-m
	容許徑向力	105.84 N
	使用壽命	10000 hr

一、機構佈置

如圖 1，馬達輸入處，使用鍵，將皮帶輪與馬達連結，馬達轉動時由軸帶動皮帶輪轉動，藉由皮帶輪帶動皮帶傳輸至另一皮帶輪，再透過鍵與軸的連接，帶動傘齒輪的轉動，兩顆傘齒輪成相交的擺放，傘齒輪連接軸帶動太陽齒輪旋轉，太陽齒輪再帶動行星齒輪去做旋轉，內齒輪固定，由行星臂架來做轉動，故而達到傳達動力。

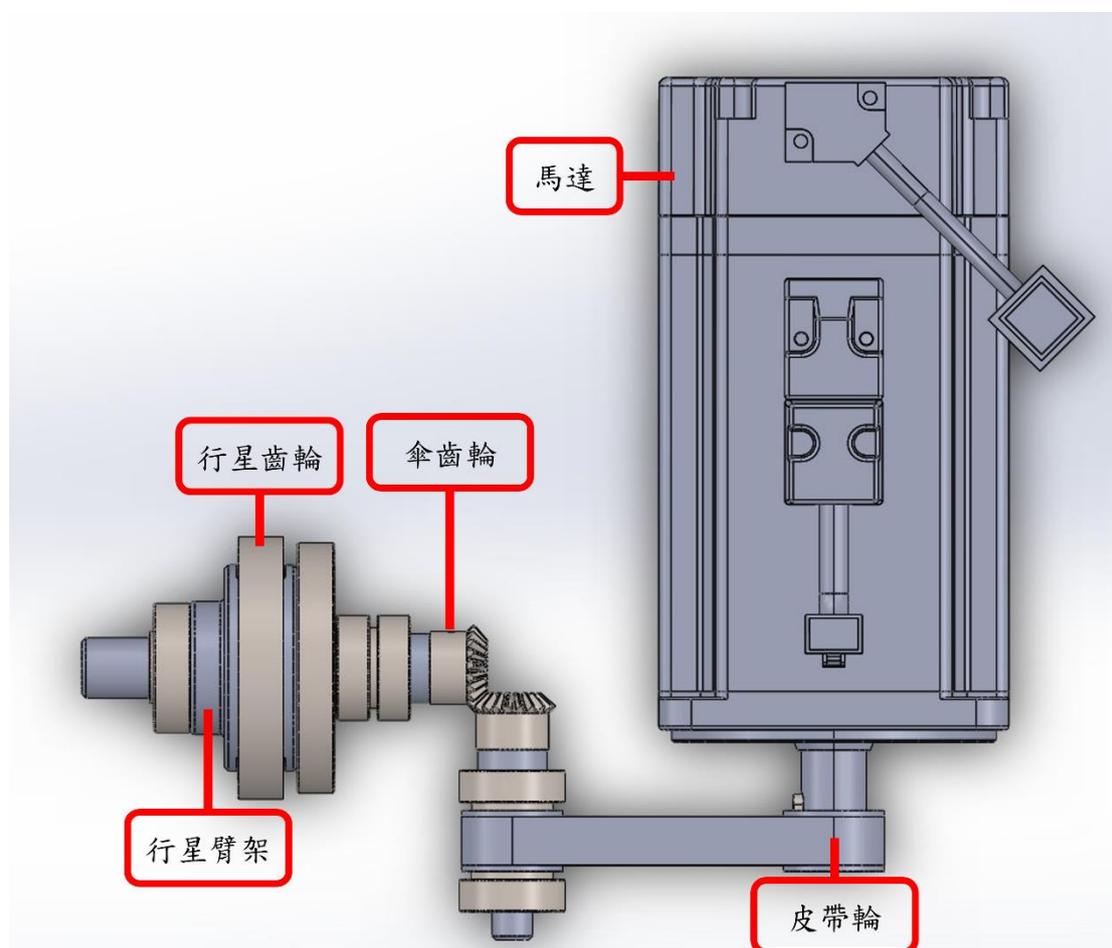


圖 1、機構佈置圖

二、負載分析

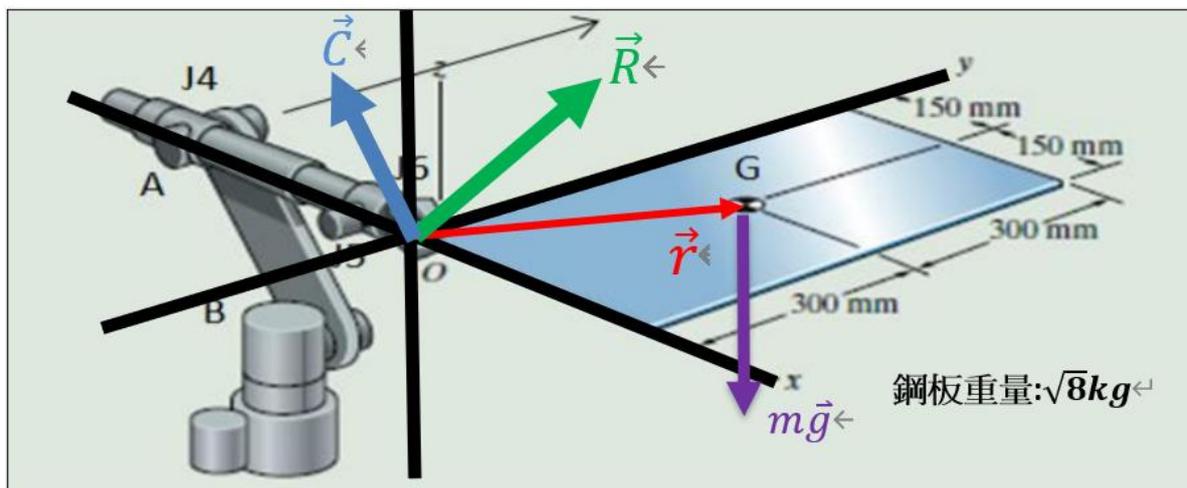


圖 2、負載分析圖

當機械手臂再拿取鋼板時，力會如何分布，畫與圖二上來做相對應的計算與分析。

鋼板所受的應力：

$$\Sigma \vec{F} = 0, \vec{R} - m\vec{g} = 0 \quad \vec{R} = 27.738\vec{k} \quad N \uparrow$$

$$\Sigma M = 0; (\vec{r} \cdot \vec{R}) + \vec{C} = 0 \quad (0.15\vec{i} + 0.3\vec{j}) \cdot 27.738\vec{k} = -\vec{C}$$

$$\vec{C} = 4.1607\vec{j} - 8.3214\vec{i} \quad (N\cdot M)$$

減速比：

$$8.3214 \div 1.27 \doteq 6.6 \rightarrow 7 \quad (取整數) \quad 8.3214 \div 0.64 \doteq 13 > 10$$

2-1 馬達選配

馬達規格：(如表 1、傳動系統規格表)

額定功率 0.4 kw

額定扭矩 1.27 N·m

2-2 皮帶選配

皮帶選配-基礎設定

皮帶透過摩擦作用，傳遞兩根軸的扭矩。以下的計算根據 Gate 型錄 [1]、Gate 時規皮帶型錄 [2]、[3]，來選配皮帶的安全係數、皮帶長度、修正後中心距、皮帶寬度等等。

皮帶選配	
馬達功率	0.4 kw
馬達轉速	60×7=420 rpm
速比	1 : 1
輪徑	26T、26T (24.83、24.83)
中心距	79 ± 20 mm
工作時數	24 hr/day
皮帶種類	3GT Type
皮帶長度	237 mm
皮帶寬度	15 mm

表 2、皮帶選配

安全係數：

由機械手臂所運用的地方，來選用相關的係數。

以下的計算根據時規皮帶選定方法目錄 [4]

$$k_1 = 1.2 \text{ (Medical equipment)}$$

$$k_2 = 0 \text{ (速比)}$$

$$k_3 = 0.4 \text{ (16-24hr operation)}$$

$$k_4 = 0 \text{ (無惰輪)}$$

$$k_0 = k_1 + k_2 + k_3 + k_4 = 1.6$$

是否有急動狀態或較大從動機械轉動慣量？

$$KG = 2.5(1000 \text{ 次以上})$$

實際動力(p_d):

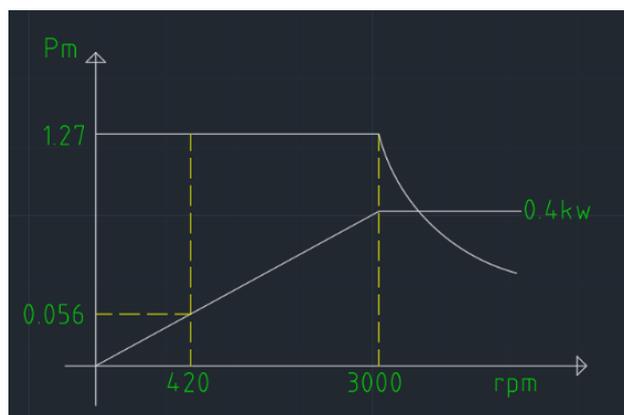


圖 3、 P_m 值

參考圖 3，得 $P_m=0.056$ ，代入

$$p_d = P_m \times k_0 = 0.056 \times 1.6$$

$$\Rightarrow p_d = \mathbf{0.0896} \text{ (kw)}$$

[p_d : design(kw or w) P_m : Transmission(kw or w)]

選用皮帶種類：

運用實際動力和轉速來選用適合的皮帶種類

以下的選配使用時規皮帶型錄[3]

3GT Type

皮帶長度(L_p):

由公式所計算出皮帶長度，但卻非所有廠商都有客製化皮帶長度，所以可以藉由查表選擇最適合自己的皮帶長度，以達到經費的節省。

以下的計算根據 Gate 型錄 [1]

$$\begin{aligned} L_p &= 2C + \frac{\pi(D_p + d_p)}{2} + \frac{(D_p - d_p)^2}{4C} \\ &= 2 \times 80 + \frac{\pi(24.83+24.83)}{2} \end{aligned}$$

$$\Rightarrow L_p = 238 \text{ mm}$$

選 237-3GT(齒數 109)，L=237 mm

修正後中心距(C)：

$$b = 2L - \pi(D_p + d_p) \\ = 2 \times 237 - \pi(24.83 + 24.83) = 318 \text{ mm}$$

$$C = \frac{b + \sqrt{b^2 - 8(D_p - d_p)^2}}{8} \\ = \frac{318 + \sqrt{(318)^2 - 8(24.83 - 24.83)^2}}{8}$$

$$\Rightarrow C = 79 \text{ mm}$$

咬合齒數：

$$\theta = 180^\circ - \frac{57.3(D_p - d_p)}{C} \\ = 180^\circ - \frac{57.3(24.83 - 24.83)}{C} = 180^\circ$$

[θ ：小皮帶輪接觸的角度]

$$T.I.M = \frac{\theta}{360} \times n = \frac{180}{360} \times 26 = 13 > 6$$

$$\therefore k_m = 1.0$$

皮帶所需要寬度：

藉由齒數與轉速來選擇較為適合的皮帶寬度，以達到良好的傳遞過程。

[P_c ：基本額定功率 k_L ：皮帶長度修正係數 WF ：近似寬度修正係數]

$$P_c = 0.072 \text{ kw}(420\text{rpm}、26T)$$

$$k_L = 0.80 \quad (L < 190)$$

$$WF = \frac{P_d}{P_c \times K_L \times K_M} = \frac{0.0896}{0.072 \times 0.8 \times 1.0} \\ = 1.56$$

選用皮帶寬度：15 mm

$$\text{查表得：} K_w = 2.97 > WF \quad \text{OK!}$$

檢查：

$$P_t = P_c \times K_w \times K_L \times K_M \\ = 0.072 \times 2.97 \times 0.8 \times 1.0 = 0.171 \text{ kw}$$

$$k = \frac{P_t}{P_M} = \frac{0.171}{0.056} = 3.05 > k_0 = 1.6 \quad \text{OK!}$$

[P_t ：皮帶總功率 k ：修正係數]

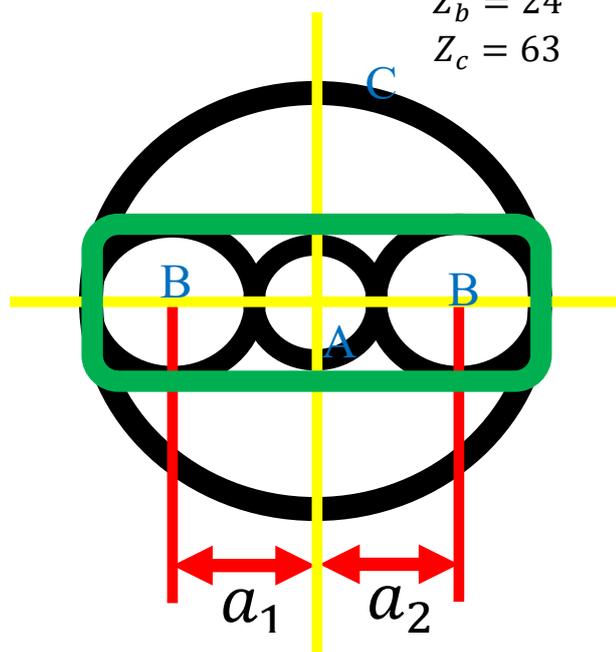
2-3 行星齒輪設計

$$\begin{aligned} Z_a &= 15 \\ Z_b &= 24 \\ Z_c &= 63 \end{aligned}$$

行星齒輪條件設計：

行星齒輪減速機構常用於作為減速器，但是此機構有一些相對應的設計組合要求。

1. 中心距離條件： $Z_c = Z_a + 2Z_b$
2. 拘束咬合條件： $\frac{Z_a + Z_c}{N} = \text{整數}$
3. 外徑干涉條件： $(Z_a + 2) < (Z_a + Z_b) \cdot \sin \frac{180}{N}$
 - (1) $Z_c = 15 + 2 \times 24 = 63$
 - (2) $\frac{(15+63) \times 90}{180} = 39$
 - (3) $(15 + 2) < (15 + 24) \cdot \sin \frac{180}{2} \Rightarrow 17 < 39$



名稱	齒數
太陽齒輪(Z_a)	15
行星齒輪(Z_b)	24
內齒輪(Z_c)	60

表 3、齒數設計

2-4 齒輪計算

行星齒輪基礎設定	
太陽齒輪(N_p)	15 齒
行星齒輪(N_g)	24 齒
內齒輪	60 齒
模數	0.9(根據第 16、17 頁所估算得出)
太陽齒輪節圓直徑(d_p)	$0.9 \times 15 = 13.5 \text{ mm}$
行星齒輪節圓直徑(d_g)	$0.9 \times 24 = 21.6 \text{ mm}$
減速比(m_g)	$\frac{N_g}{N_p} = \frac{24}{15} = 1.6$
移位量(x)	0 m

表 4、行星齒輪基本設定

接觸比(CR)：

接觸線長度與齒輪基節的比值

$$\text{行星齒輪齒冠圓的半徑}(r_{ag}) : 0.5(24 + 2) \times 0.9 = 11.7 \text{ mm}$$

$$\text{太陽齒輪齒冠圓的半徑}(r_{ap}) : 0.5(15 + 2) \times 0.9 = 7.65 \text{ mm}$$

$$\text{行星齒輪基圓的半徑}(r_{bg}) : 0.5 \times 24 \times 0.9 \times \cos 20^\circ = 10.14 \text{ mm}$$

$$\text{太陽齒輪基圓的半徑}(r_{bp}) : 0.5 \times 15 \times 0.9 \times \cos 20^\circ = 6.34 \text{ mm}$$

$$\text{中心距離}(C) : 0.5 \times (N_p + N_g) \times m$$

$$C = 0.5 \times (15 + 24) \times 0.9 = 17.55 \text{ mm}$$

$$\text{接觸線長度}(LC) : \sqrt{r_{ap}^2 - r_{bp}^2} + \sqrt{r_{ag}^2 - r_{bg}^2} - C \sin 20^\circ$$

$$LC = \sqrt{7.65^2 - 6.34^2} + \sqrt{11.7^2 - 10.14^2} - 17.55 \sin 20^\circ = 4.11$$

$$\text{基節}(p_b) : \pi \times 0.9 \times \cos 20^\circ = 2.66$$

$$\text{接觸比}(CR) : \frac{LC}{p_b} = \frac{4.11}{2.66} = 1.55$$

跨齒厚法用於檢查齒輪再製成中或成品階段時，是否合乎規格的重要方法。

$$\text{跨齒數}(K) : \frac{N}{\pi} \left[\sec \phi \sqrt{\left(1 + \frac{2x}{N}\right)^2 - \cos^2 \phi} - \text{inv} \phi - \frac{2x \tan \phi}{N} \right] + 0.5$$

$$15T : \frac{15}{\pi} \left[\sec 20^\circ \sqrt{\left(1 + \frac{0}{15}\right)^2 - \cos^2 20^\circ} - \text{inv} 20^\circ - \frac{2 \times 0 \times \tan 20^\circ}{15} \right] + 0.5 = 1.68$$

取 1

$$24T : \frac{24}{\pi} \left[\sec 20^\circ \sqrt{\left(1 + \frac{0}{24}\right)^2 - \cos^2 20^\circ} - \text{inv} 20^\circ - \frac{2 \times 0 \times \tan 20^\circ}{24} \right] + 0.5 = 2.383$$

取 2

$$\text{跨齒厚}(S_m) : m \cos \phi [\pi(k - 0.5) + N \text{inv} \phi] + 2x m \sin \phi$$

$$15T : 0.9 \times \cos 20^\circ [\pi(1 - 0.5) + 15 \text{inv} 20^\circ] + 2 \times 0 \times 0.9 \times \sin 20^\circ = 1.52$$

$$24T : 0.9 \times \cos 20^\circ [\pi(0 - 0.5) + 24 \text{inv} 20^\circ] + 2 \times 0 \times 0.9 \times \sin 20^\circ = 4.29$$

$$\text{太陽齒輪嚙合頻率}(f_{sgmf}) : Z \times \frac{1}{2} \left(1 + \frac{N_p}{N_s + N_p}\right) f_i$$

$$= 2 \times \frac{1}{2} \left(1 + \frac{15}{15 + 24}\right) f_i$$

$$\Rightarrow f_{sgmf} = 1.384 f_i \quad (\text{太陽齒輪轉一圈，太陽齒輪單齒承受循環應力 1.384 次})$$

$$\text{太陽齒輪嚙合頻率}(f_{pgmf}) : 2 \times \left\{ \frac{N_s + N_p}{N_p} \times \frac{1}{2} \left[1 - \left(\frac{N_p}{N_s + N_p} \right)^2 \right] \right\} f_i$$

機械手臂手腕旋轉軸 J6 傳動系統

$$2 \times \left\{ \frac{15 + 24}{15} \times \frac{1}{2} \left[1 - \left(\frac{15}{15 + 24} \right)^2 \right] \right\} f_i$$

$\Rightarrow f_{pgmf} = 0.985 f_i$ (太陽齒輪轉一圈，行星齒輪單齒承受循環應力 0.985 次)

扭矩(T)：

$$T = 1.27 \times 1 = 1.27 \text{ N} - \text{m} = 1270 \text{ N} - \text{mm}$$

切線力(W_t)：

$$W_t = \frac{2T}{2 \times \left(m \times \frac{N_p}{2} \right)} = \frac{2 \times 1270}{2 \times \left(0.9 \times \frac{15}{2} \right)} = 188.15 \text{ N}$$

材料選用：

最小表面硬度：HRC54

容許彎曲強度(S_{at})：310MPa

容許接觸強度(S_{ac})：1205MPa

表 6.10 火焰或高週波淬火鋼的容許彎曲強度與容許接觸強度

最小表面 硬度	容許彎曲強度 S_{at} (MPa)			容許接觸強度 S_{ac} (MPa)		
	等級 1	等級 2	等級 3	等級 1	等級 2	等級 3
HRC 50	150	150	—	1170	1310	—
HRC 54	310	380	—	1205	1345	—

圖 4、容許彎曲、接觸強度

彎應力計算：

根據計算數據，以不同的修正係數，調整是否符合齒輪的彎應力大小

太陽齒輪 15T $\Rightarrow J = 0.220$ 行星齒輪 24T $\Rightarrow J = 0.246$

過負荷係數(K_0)：乃機器的輸入端與輸出端的衝擊條件，對齒輪彎應力的影響

$\Rightarrow K_0 = 1.0$ (輕度衝擊)

動力負荷係數(K_v)： $\left[\frac{A + \sqrt{200v_t}}{A} \right]^B$ (齒輪接觸所造成的衝擊狀況)

$$B = 0.25(12 - 10)^{0.667} = 0.397$$

$$A = 50 + 56(1.0 - 0.397) = 83.768$$

$$v_t = \pi d_p n_p = \pi \times 13.5 \times 420 \times \frac{1}{1000} \times \frac{1}{60} = 0.297 \frac{\text{m}}{\text{s}}$$

機械手臂手腕旋轉軸 J6 傳動系統

$$K_v = \left(\frac{83.768 + \sqrt{200 \times 0.297}}{83.768} \right)^{0.397}$$

$$\Rightarrow K_v = 1.035$$

負荷分布係數(K_m)： $1.0 + C_{mc}(C_{pf} \times C_{pm} + C_{ma} \times C_e)$

齒輪製造或安裝上的誤差或偏差，造成齒輪負荷分佈不均勻

$$\Rightarrow K_m = 1.164$$

導程修正係數(C_{mc})：(修正有冠狀齒型或導程的)

$$\Rightarrow C_{mc} = 1.0 \text{ (無冠狀齒型)}$$

小齒輪比例係數(C_{pf})： $\frac{b}{10d} - 0.0375 + 4.92 \times 10^{-3} \times b$ (設 $b=12$)

$$= \frac{12}{10 \times 13.5} - 0.0375 + 4.92 \times 10^{-3} \times 12$$

$$\Rightarrow C_{pf} = 0.11$$

小齒輪比例修正值(C_{pm})：(依據齒輪兩個軸承的位置所決定)

$$\Rightarrow C_{pm} = 1$$

嚙合對準度係數(C_{ma})： $A + B \times b + c \times b^2$

(由不同的安裝方法，所引起的齒輪不準度)

精密密閉式 $A = 0.0675$ $B = 5.04 \times 10^{-4}$ $C = -1.435 \times 10^{-7}$

$$C_{ma} = 0.0675 + 5.04 \times 10^{-4} \times b + -1.435 \times 10^{-7} \times b^2$$

$$\Rightarrow C_{ma} = 0.0680$$

嚙合對準度修正值(C_e)：

$$\Rightarrow C_e = 0.8 \text{ (研磨製成)}$$

輪緣厚度修正係數(K_B)：

$$\Rightarrow K_B = 1.0 \text{ (使用實心材料)}$$

符號	數值	符號	數值
K_0	1.0	K_m	1.164
K_v	1.035	K_B	1.0

表 5、彎應力所需符號

彎應力的計算，用於後方判斷是否符合相關強度的規定

小齒輪所承受的彎應力(σ_b)： $\frac{Wt}{mbJ} K_0 K_v K_m K_B$ (表 5 數值代入)

機械手臂手腕旋轉軸 J6 傳動系統

$$= \frac{188.15}{0.9 \times 12 \times 0.22} \times 1 \times 1.035 \times 1.164 \times 1.0$$

$$\Rightarrow \sigma_b = 99.432 \text{ MPa}$$

太陽齒輪所承受的彎應力(σ_b)： $\frac{W_t}{mbJ} K_0 K_v K_m K_B$ (表 5 數值代入)

$$= \frac{118.15}{0.9 \times 12 \times 0.246} \times 1 \times 1.035 \times 1.164 \times 1.0$$

$$\Rightarrow \sigma_b = 85.346 \text{ MPa}$$

$$\text{材料實際彎曲強度}(S'_{at}) : \frac{S_{at} Y_N}{N_{sf} K_T K_R} \quad \sigma_b \leq S'_{at}$$

用於判別前面所求的彎應力是否小於材料的實際彎曲強度，安全上的確認

材質容許彎曲強度(S_{at})：310 MPa

溫度係數(K_T)：1.0 (0°~120°)

可靠度係數(K_R)：1.0 (99%)

設定壽命(h)：10000 h (連續 24h 運轉)

$$N = 10000 \times 60 \times 420 = 2.52 \times 10^8$$

$$Y_N = 1.3558 N^{-0.0178} = 1.3558 (2.52 \times 10^8)^{-0.0178} = 0.961$$

$$N_{sf} = 1.0$$

$$S'_{at} = \frac{310 \times 0.961}{1.0 \times 1.0 \times 1.0}$$

$$\Rightarrow S'_{at} = 297.91 \geq \sigma_b$$

估算齒輪模數(根據彎曲應力)： $\sigma_b \leq S'_{at}$

$$m^3 \geq \frac{2 \times K_0 \times K_v \times K_m \times K_B \times T_1}{N_p \times \frac{b}{m} \times J} \times \frac{N_{sf} K_T K_R}{S_{at} Y_N} \quad (\text{表 5 數值代入})$$

$$m^3 \geq \frac{2 \times 1 \times 1.035 \times 1.164 \times 1.0 \times 1270}{1 \times \frac{12}{m} \times 0.220} \times \frac{1.0 \times 1.0 \times 1.0}{310 \times 0.961}$$

$$\Rightarrow m \geq 0.51$$

$$\text{AGMA 接觸應力}(\sigma_c) : C_p \sqrt{\frac{w_t}{bd_p I} K_0 K_v K_m K_B}$$

(圖 5 得, $I=0.102$ 代入、表 5 數值代入)

接觸幾何係數(I) : 0.102

齒輪節圓直徑(d_p) : 21.6 mm

彈性係數(C_p) : 191 \sqrt{MPa}

$$\sigma_c = 191 \sqrt{\frac{188.15}{12 \times 13.5 \times 0.102}} \times 1.0 \times 1.035 \times 1.168 \times 1.0$$

$$\Rightarrow \sigma_c = 836.345 \text{ MPa}$$

大齒輪 齒數		
	21	26
21	0.078	
26	0.084	0.079
35	0.091	0.088
55	0.102	0.101
135	0.118	0.121

圖 5、接觸幾何係數

材料實際接觸強度(S'_{ac}) :

$$\frac{S_{ac} Z_N C_H}{N_{sf} K_T K_R} \quad \sigma_c \leq S'_{ac}$$

用於判別前面所求的彎應力是否小於材料的實際彎曲強度，安全上的確認

$$Z_N = 1.4488 N^{-0.023} = 1.448(2.52 \times 10^8)^{-0.023} = 0.928$$

$C_H = 1.0$ (大小齒輪硬度相等)

$$S'_{ac} = \frac{1205 \times 0.928 \times 1.0}{1.0 \times 1.0 \times 1.0}$$

$$\Rightarrow S'_{ac} = 1118.24 \text{ MPa}$$

(利用不同的應力，來判別模數的大小)

估算齒輪模數(根據接觸應力) : $\sigma_c \leq S'_{ac}$

$$m^3 \geq \frac{2 \times K_0 \times K_v \times K_m \times K_B \times T_1}{(N_p)^2 \times \frac{b}{m} \times I} \times \frac{1}{\left(\frac{S_{ac} Z_N C_H}{C_p N_{sf} K_T K_R}\right)^2} \quad (\text{表 5 數值代入})$$

$$m^3 \geq \frac{2 \times 1.0 \times 1.035 \times 1.168 \times 1.0 \times 1270}{13.5^2 \times \frac{12}{m} \times 0.073} \times \frac{1}{\left(\frac{1118.24}{191}\right)^2}$$

$$\Rightarrow m \geq 0.85$$

估算齒輪模數(根據彎曲應力) : $\sigma_b \leq S'_{at}$

$$m^3 \geq \frac{2 \times K_0 \times K_v \times K_m \times K_B \times T_1}{N_p \times \frac{b}{m} \times J} \times \frac{N_{sf} K_T K_R}{S_{at} Y_N}$$

$$m^3 \geq \frac{2 \times 1 \times 1.035 \times 1.168 \times 1.0 \times 1270}{13.5 \times \frac{12}{m} \times 0.220} \times \frac{1.0 \times 1.0 \times 1.0}{310 \times 0.961}$$

$$\Rightarrow m \geq 0.51$$

m 帶入 0.9

$$0.9^3 \geq \frac{2 \times 1 \times 1.023 \times 1.141 \times 1.0 \times 1270}{12 \times \frac{b}{0.9} \times 0.220} \times \frac{1.0 \times 1.0 \times 1.0}{310 \times 0.961}$$

求得 $b \geq 3.84$

估算齒輪模數(根據接觸應力) : $\sigma_c \leq S'_{ac}$

$$m^3 \geq \frac{2 \times K_0 \times K_v \times K_m \times K_B \times T_1}{(N_p)^2 \times \frac{b}{m} \times I} \times \frac{1}{\left(\frac{S_{ac} Z_N C_H}{C_p N_{sf} K_T K_R}\right)^2}$$

$$m^3 \geq \frac{2 \times 1.0 \times 1.035 \times 1.168 \times 1.0 \times 1270}{13.5^2 \times \frac{12}{m} \times 0.073} \times \frac{1}{\left(\frac{1118.24}{191}\right)^2}$$

$$\Rightarrow m \geq 0.67$$

m 帶入 0.9

$$0.9^3 \geq \frac{2 \times 1.0 \times 1.035 \times 1.168 \times 1.0 \times 1270}{13.5^2 \times \frac{b}{0.9} \times 0.073} \times \frac{1}{\left(\frac{1118.24}{191}\right)^2}$$

求得 $b \geq 6.7$

最後我們所選用的齒面寬是： $b = 12$

	太陽齒輪	行星齒輪
齒數	15	24
模數	0.9	0.9
壓力角	20°	20°
移位係數	0	0
材質	AISI 1045	AISI 1045
熱處理硬度	HRC54	HRC54
跨齒數	1	2
跨齒厚	1.52	4.29
齒面寬	12	12

表 6、太陽齒輪、行星齒輪數據表



三、軸設計、軸承選配

3-1 行星齒輪軸

行星齒輪應力計算：

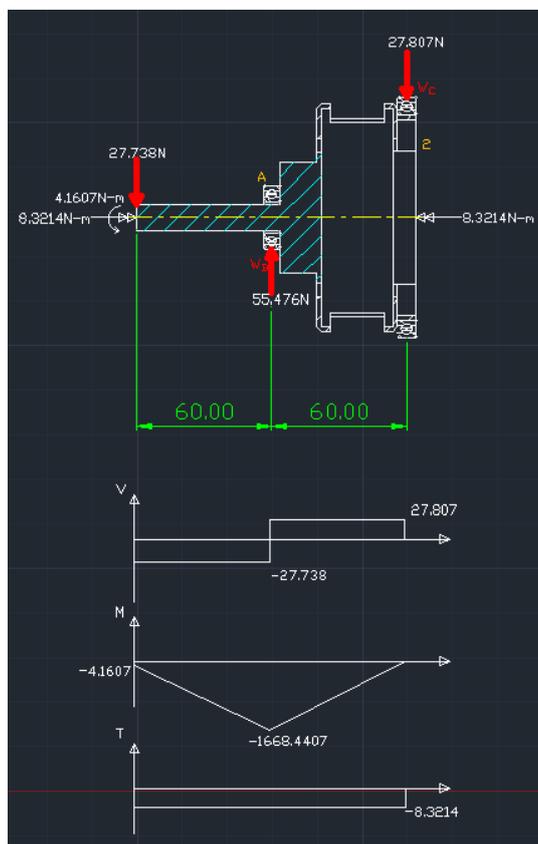


圖 6、行星齒輪軸的剪力、彎矩圖

$$\vec{R} = 27.738\vec{k} \quad \vec{C} = 4.1607\vec{j} - 8.3214\vec{i}$$

$$\Sigma F_y = 0$$

$$W_{Ay} + W_{By} - 27.738 = 0$$

$$\Sigma M_B = 0$$

$$W_{By} \times 60 - 27.738 \times 60 - 4.1607 = 0$$

$$W_{By} = 27.807 \downarrow \quad W_{Ay} = 27.738 \downarrow \quad (\text{繪製如圖 6})$$

行星齒輪軸徑計算：

依據最大減應力理論，求得軸徑。

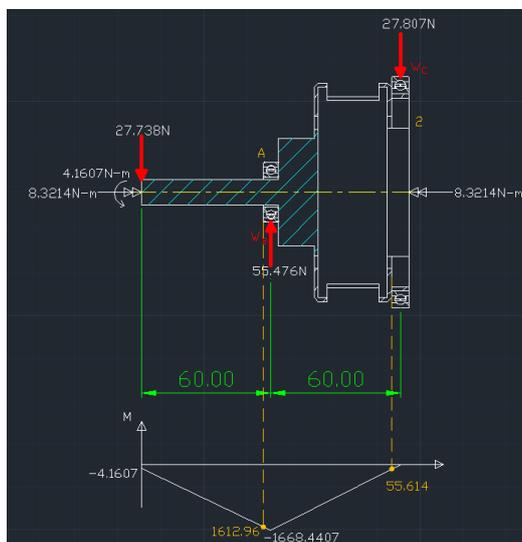


圖 7、行星齒輪彎矩圖(軸徑計算用)

假設 軸承寬：4mm $N_{sf} = 2.5$ 選用 1040 冷抽鋼

$S_{ut} = 586 \text{ MPa}$ $S_y = 489 \text{ MPa}$

$$T = \frac{60 \times 10^6 \times H}{2\pi n} = \frac{60 \times 10^6 \times 0.4}{2 \times \pi \times 420} = 9.095 \times 10^3 \text{ N} \cdot \text{mm}$$

$$T = (9.095 \times 10^3) \times 7 = 63665 \text{ N} \cdot \text{mm}$$

$$M = 1612.96 \text{ N} \cdot \text{mm}$$

$$d = \left[\frac{32 \times N_{sf}}{\pi \times S_y} \times \sqrt{M^2 + \frac{3}{4} T^2} \right]^{\frac{1}{3}}$$

$$= \left[\frac{32 \times 2.5}{\pi \times 489} \times \sqrt{1612.96^2 + \frac{3}{4} \times 63665^2} \right]^{\frac{1}{3}}$$

$$= 14.2 \text{ mm}$$

$$M = 55.614 \text{ N} \cdot \text{mm}$$

$$d = \left[\frac{32 \times 2.5}{\pi \times 489} \times \sqrt{55.614^2 + \frac{3}{4} \times 63665^2} \right]^{\frac{1}{3}}$$

$$= 14.2 \text{ mm}$$

取 $d = 15 \text{ mm}$

軸承選配：

由計算結果得出適合的軸徑，再透過應力的計算來選擇適合的軸承。
以下是行星齒輪軸 A、B 軸承的選配結果。

$$F_{r,A} = 55.476 \text{ N} \quad F_{r,B} = 27.807 \text{ N} \quad n = 420 \text{ rpm}$$

$$\text{軸承額定壽命}(L_{10}) = \frac{60 \times n \times L_{10h}}{10^6} = \frac{60 \times 420 \times 10000}{10^6} = 252 (10^6 \text{ 轉})$$

A 軸承：

選用滾珠軸承 型號:6002 外徑：32mm 內徑：15mm 寬度：9mm (查閱

$$C_0 = 2830 \text{ N} \quad C = 5600 \text{ N}$$

等價負荷(P) : $XVF_r + YF_a$

$$\frac{F_a}{C_0} = \frac{8.3214}{1260} = 0.01 \Rightarrow e = 0.22$$

$$\frac{F_a}{F_r} = \frac{8.232}{55.476} = 0.148 \leq e$$

$$\Rightarrow X = 1.0 \quad Y = 0$$

$$P = 1.0 \times 1.0 \times 55.476 + 0 \times 8.3214 = 55.476 \text{ N}$$

$$\text{額定動負荷 } C = P(L_{10})^{\frac{1}{3}}$$

$$C = 55.476 \times (252)^{\frac{1}{3}} = 350.4 \text{ N} < 5600 \text{ N} \quad \text{OK!}$$

B 軸承：

選用滾珠軸承 型號:16007* 外徑：62mm 內徑：35mm 寬度：9mm

$$C_0 = 11700 \text{ N} \quad C = 8200 \text{ N}$$

等價負荷(P) : $XVF_r + YF_a$

$$\frac{F_a}{C_0} = \frac{8.3214}{1260} = 0.01 \Rightarrow e = 0.199$$

$$\frac{F_a}{F_r} = \frac{8.3214}{27.807} = 0.299 \geq e$$

$$\Rightarrow X = 0.56 \quad Y = 1.66$$

$$P = 0.56 \times 1.0 \times 27.807 + 1.66 \times 8.3214 = 29.385 \text{ N}$$

$$\text{額定動負荷 } C = P(L_{10})^{\frac{1}{3}}$$

$$C = 29.385 \times (252)^{\frac{1}{3}} = 185.61 \text{ N} < 2080 \text{ N} \quad \text{OK!}$$

軸承配置圖(行星齒輪軸)：

在行星齒輪軸上加裝兩顆滾珠軸承，降低行星齒輪軸上的疲勞強度及減少應力集中。

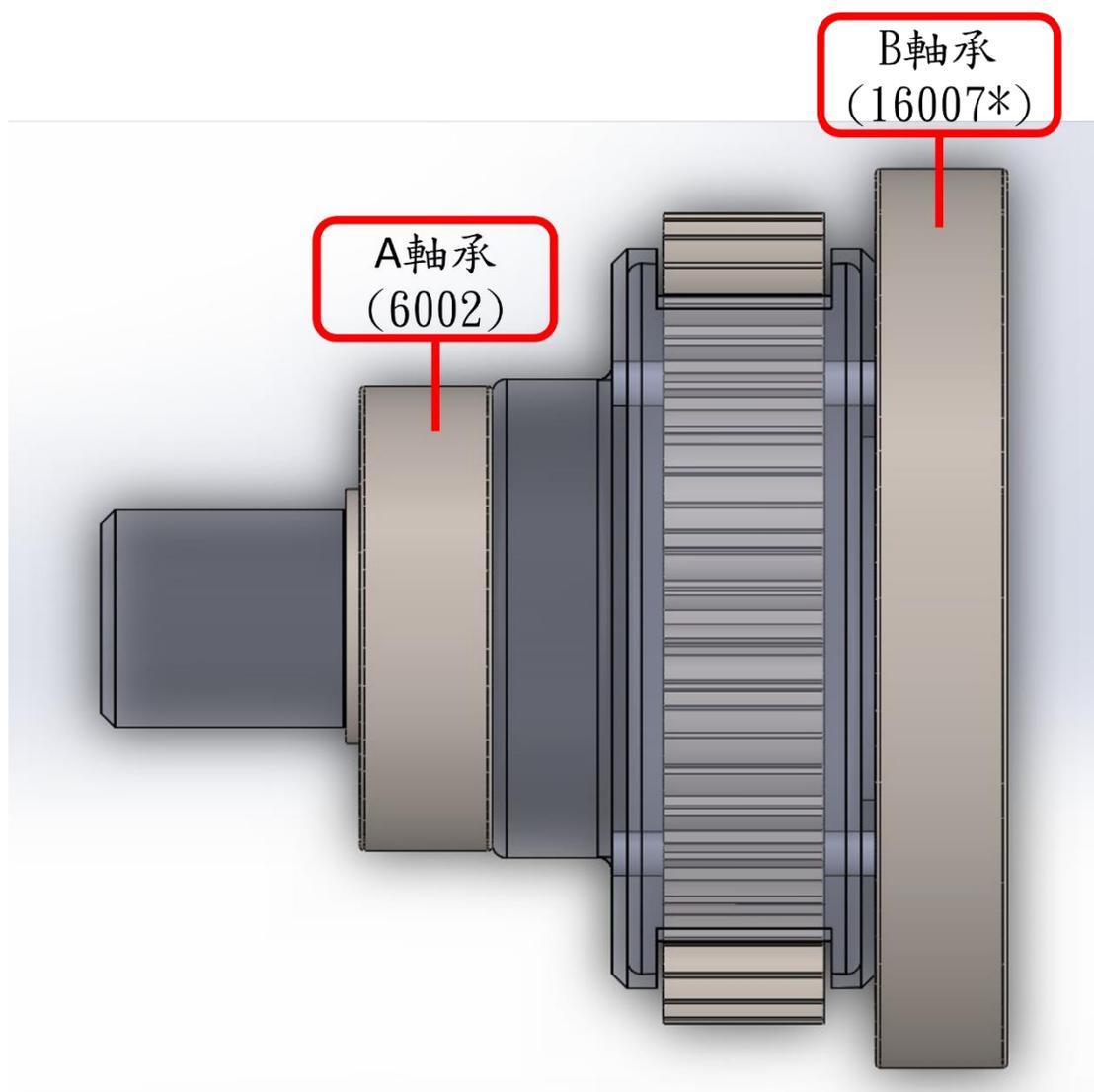


圖 8、軸承配置圖(行星齒輪軸)

3-2 太陽齒輪軸

太陽齒輪軸應力計算：

XY 平面：

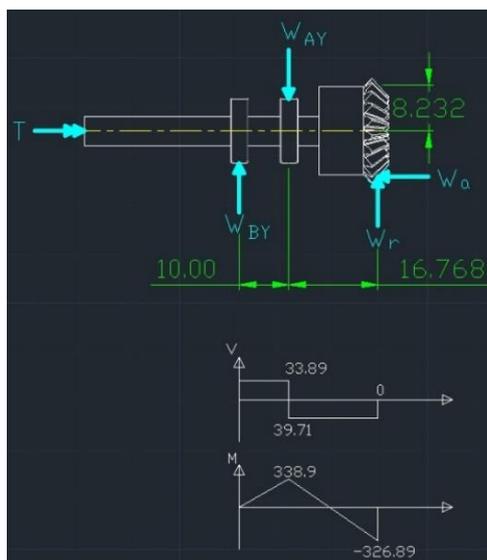


圖 9、太陽齒輪 XY 平面剪力、彎矩圖

$$\Sigma F_y = 0$$

$$W_{By} + 39.71 = w_{Ay}$$

$$\Sigma M_B = 0$$

$$W_{Ay} \times 10 + 39.71 \times 8.232 = 39.71 \times 26.768$$

$$W_{Ay} = 73.6 \quad \downarrow$$

$$W_{By} = 73.6 - 39.71 = 33.89 \quad \uparrow$$

XZ 平面：

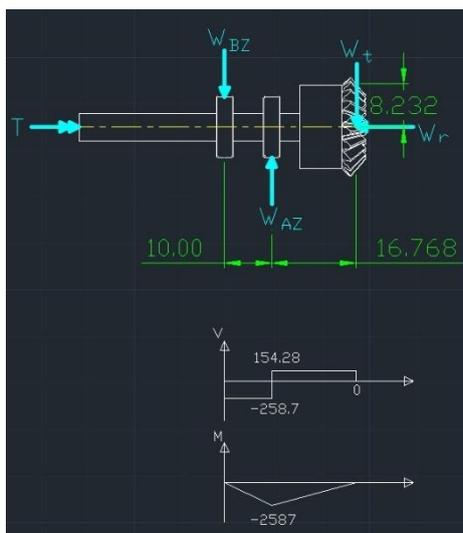


圖 10、太陽齒輪 XZ 平面剪力、彎矩圖

$$\Sigma F_z = 0$$

$$W_{AZ} = 154.28 + W_{BZ}$$

$$\Sigma M_A = 0$$

$$W_{BZ} \times 10 = 154.28 \times 16.768$$

$$W_{BZ} = 412.98$$

$$W_{AZ} = 258.7$$

軸徑計算：

依據最大減應力理論，求得軸徑。

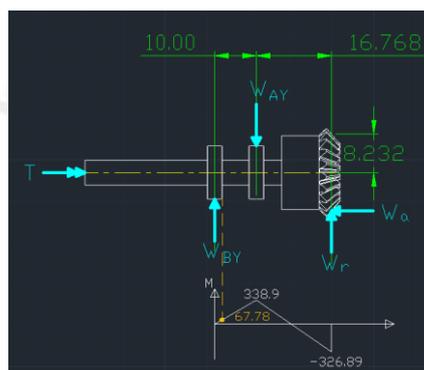
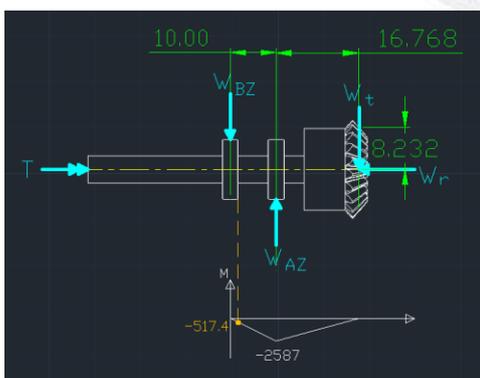


圖 11、太陽齒輪 XY 平面彎矩圖(軸承 C)

圖 12、太陽齒輪 XZ 平面彎矩圖(軸承 C)

$$M = \sqrt{67.78^2 + 517.4^2} = 521.82 \text{ N} \cdot \text{mm}$$

$$d = \left[\frac{32 \times 2.5}{\pi \times 489} \times \sqrt{521.82^2 + \frac{3}{4} \times (9.095 \times 10^3)^2} \right]^{\frac{1}{3}} = 7.44 \text{ mm}$$

取 $d = 8 \text{ mm}$

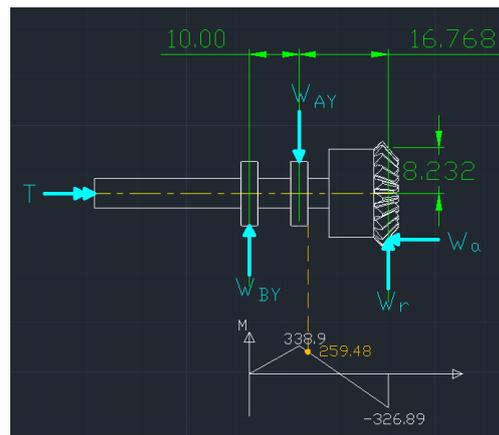
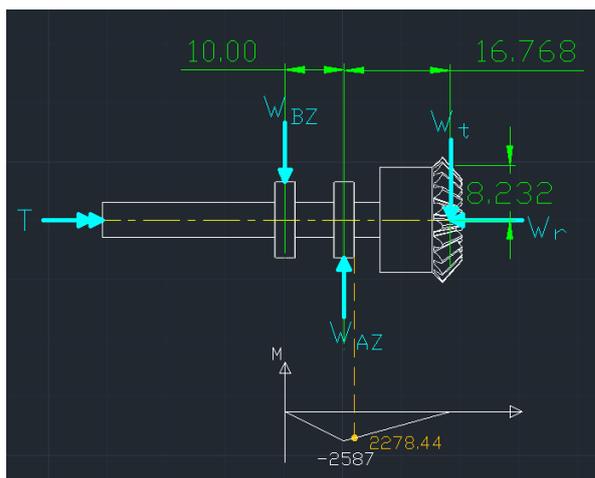


圖 13、太陽齒輪 XY 平面彎矩圖(軸承 D) 圖 14、太陽齒輪 XZ 平面彎矩圖(軸承 D)

$$M = \sqrt{259.48^2 + 2278.44^2} = 2293.17 \text{ N} \cdot \text{mm}$$

$$d = \left[\frac{32 \times 2.5}{\pi \times 489} \times \sqrt{2293.17^2 + \frac{3}{4} \times (9.095 \times 10^3)^2} \right]^{\frac{1}{3}} = 7.53 \text{ mm}$$

取 $d = 8 \text{ mm}$

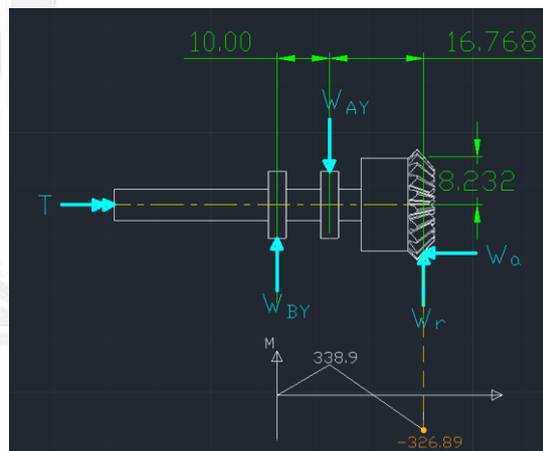
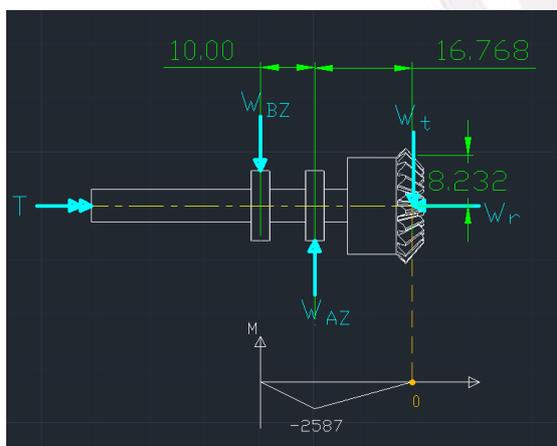


圖 15、太陽齒輪 XY 平面彎矩圖(傘齒輪) 圖 16、太陽齒輪 XZ 平面彎矩圖(傘齒輪)

$$M = \sqrt{326.89^2 + 0^2} = 326.89 \text{ N} \cdot \text{mm}$$

$$d = \left[\frac{32 \times 2.5}{\pi \times 489} \times \sqrt{326.89^2 + \frac{3}{4} \times (9.095 \times 10^3)^2} \right]^{\frac{1}{3}} = 7.43 \text{ mm}$$

取 $d = 8 \text{ mm}$

軸承選配：

由計算結果得出適合的軸徑，再透過應力的計算來選擇適合的軸承。

以下是太陽齒輪軸 C、D 軸承的選配結果。

$$F_{r,c} = \sqrt{412.89^2 + 33.89^2} = 414.28 \text{ N} \quad F_{r,D} = \sqrt{258.7^2 + 73.6^2} = 268.97 \text{ N}$$

$$n = 420 \text{ rpm}$$

$$\text{軸承額定壽命}(L_{10}) = \frac{60 \times n \times L_{10h}}{10^6} = \frac{60 \times 420 \times 10000}{10^6} = 252 (10^6 \text{ 轉})$$

C 軸承：

選用滾珠軸承 型號 6000 外徑：26mm 內徑：10mm 寬度：8mm

$$C_0 = 1960 \text{ N} \quad C = 4550 \text{ N}$$

等價負荷(P) : $XV F_r + Y F_a$

$$\frac{F_a}{C_0} = \frac{39.71}{1960} = 0.020 \Rightarrow e = 0.20$$

$$\frac{F_a}{F_r} = \frac{39.71}{414.28} = 0.096 \leq e \Rightarrow X = 1.0 \quad Y = 0$$

$$P = 1.0 \times 1.0 \times 414.28 + 0 \times 39.71 = 414.28 \text{ N}$$

$$\text{額定動負荷 } C = P(L_{10})^{\frac{1}{3}}$$

$$C = 414.28 \times (252)^{\frac{1}{3}} = 2616.74 \text{ N} < 4550 \text{ N} \quad \text{OK!}$$

D 軸承：

選用滾珠軸承 型號 6000 外徑：26mm 內徑：10mm 寬度：8mm

$$C_0 = 1960 \text{ N} \quad C = 4550 \text{ N}$$

等價負荷(P) : $XV F_r + Y F_a$

$$\frac{F_a}{C_0} = \frac{39.71}{1960} = 0.020 \Rightarrow e = 0.20$$

$$\frac{F_a}{F_r} = \frac{39.71}{268.97} = 0.148 \leq e \Rightarrow X = 1.0 \quad Y = 0$$

$$P = 1.0 \times 1.0 \times 268.97 + 0 \times 39.71 = 268.97 \text{ N}$$

$$\text{額定動負荷 } C = P(L_{10})^{\frac{1}{3}}$$

$$C = 268.97 \times (252)^{\frac{1}{3}} = 1698.47 \text{ N} < 4550 \text{ N} \quad \text{OK!}$$

軸承配置圖(太陽齒輪軸)：

在太陽齒輪軸上加裝兩顆滾珠軸承，降低太陽齒輪軸上的疲勞強度及減少應力集中。

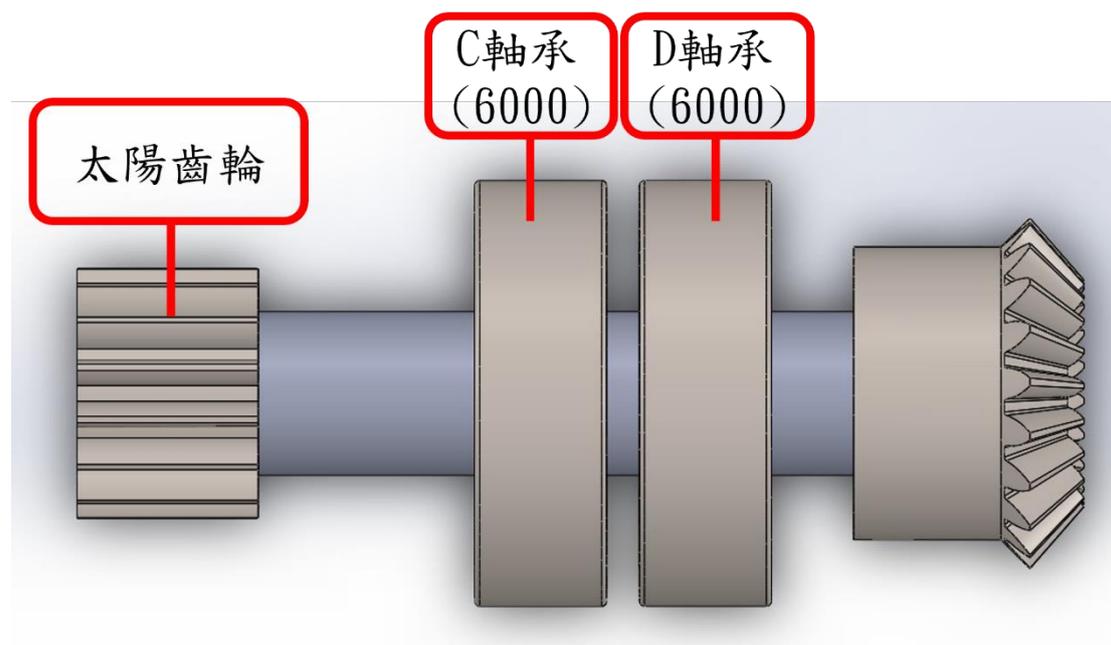


圖 17、軸承配置圖(太陽齒輪軸)

3-3 傘齒輪軸

傘齒輪軸應力計算：

XY 平面：

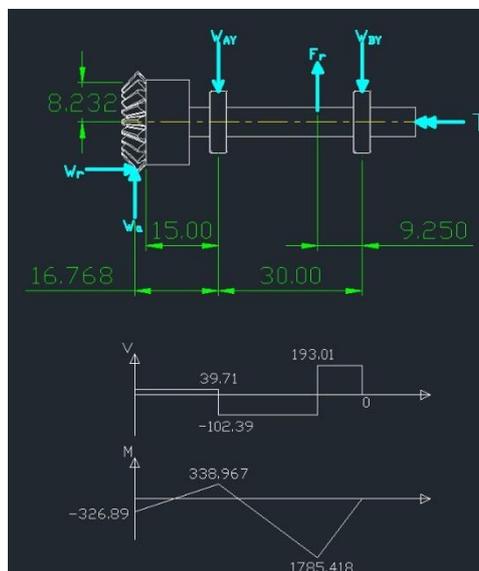


圖 18、傘齒輪 XY 平面剪力、彎矩圖

皮帶張力：

皮帶輪長度：180 mm 直徑：24.83 mm

$$P_t = \frac{420}{3000} \times 0.4 = 0.056 \text{ kW}$$

$$P_d = 0.056 \times 1.6 = 0.0896 \text{ kW}$$

$$V = \frac{\pi \times d \times n}{60 \times 1000} = \frac{\pi \times 24.83 \times 420}{60 \times 1000} = 0.546 \text{ m/s}$$

$$F_r = 2 \times 0.9 \times \frac{1000 \times 0.0896}{0.546} = 295.39 \text{ N}$$

XY 平面：

$$\Sigma F_y = 0$$

$$W_{Ay} + 39.71 + F_r + W_{By} = 0$$

$$\Sigma M_A = 0$$

$$W_{By} \times 30 + 39.71 \times 8.232 + 295.38 \times 20.7$$

$$= 39.71 \times 16.768$$

$$W_{By} = 193.01 \downarrow$$

$$W_{Ay} = 142.09 \downarrow$$

XZ 平面：

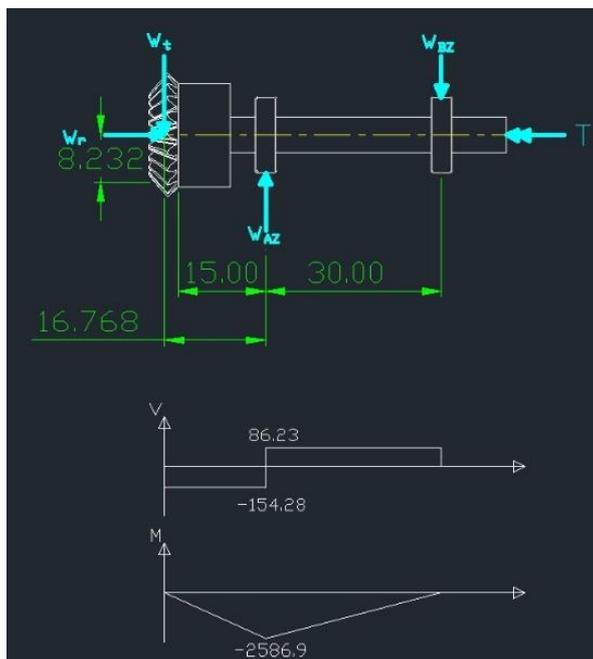


圖 19、傘齒輪 XZ 平面剪力、彎矩圖

XZ 平面：

$$\Sigma F_z = 0$$

$$W_{AZ} = 154.28 + W_{BZ}$$

$$\Sigma M_A = 0$$

$$W_{BZ} \times 30 = 154.28 \times 16.768$$

$$W_{BZ} = 86.23.$$

$$W_{AZ} = 240.51$$

軸徑計算：

依據最大減應力理論，求得軸徑。

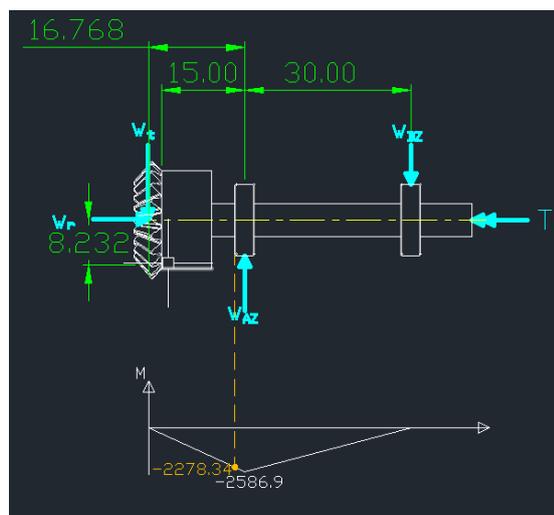
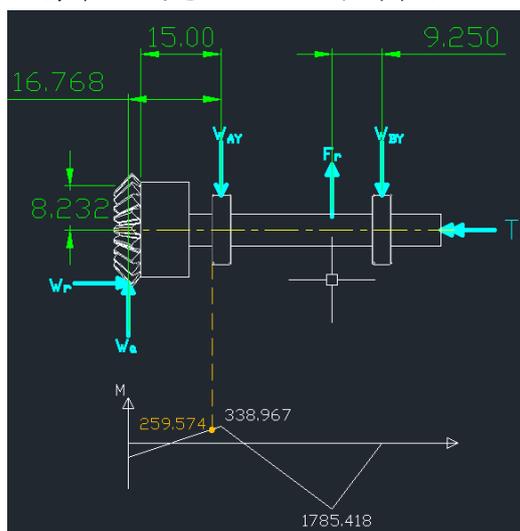


圖 20、傘齒輪 XY 平面彎矩圖(E 軸承) 圖 21、傘齒輪 XZ 平面彎矩圖(E 軸承)

$$M = \sqrt{259.574^2 + 2278.34^2} = 2293.08 \text{ N} \cdot \text{mm}$$

$$d = \left[\frac{32 \times 2.5}{\pi \times 489} \times \sqrt{2293.08^2 + \frac{3}{4} \times (9.095 \times 10^3)^2} \right]^{\frac{1}{3}} = 7.53 \text{ mm}$$

取 $d = 8 \text{ mm}$

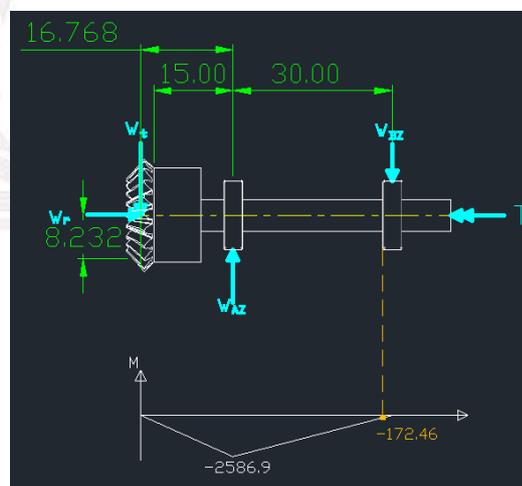
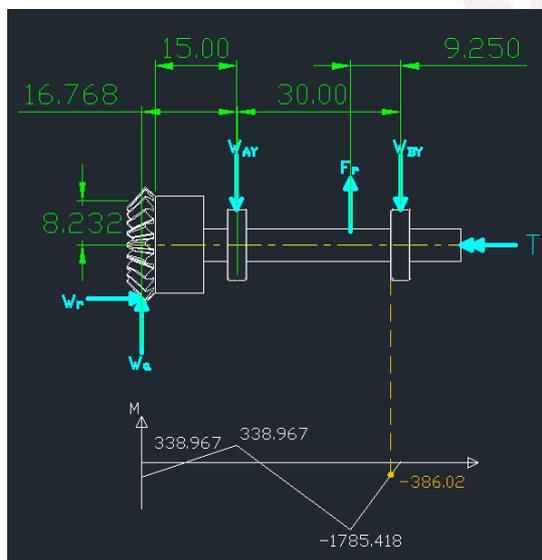


圖 22、傘齒輪 XY 平面彎矩圖(F 軸承) 圖 23、傘齒輪 XZ 平面彎矩圖(F 軸承)

$$M = \sqrt{338.967^2 + 172.46^2} = 422.79 \text{ N} \cdot \text{mm}$$

$$d = \left[\frac{32 \times 2.5}{\pi \times 489} \times \sqrt{422.79^2 + \frac{3}{4} \times (9.095 \times 10^3)^2} \right]^{\frac{1}{3}} = 7.43 \text{ mm}$$

取 $d = 8 \text{ mm}$

軸承選配：

由計算結果得出適合的軸徑，再透過應力的計算來選擇適合的軸承。

以下是傘齒輪軸 E、F 軸承的選配結果。

$$F_{r,E} = \sqrt{142.09^2 + 240.51^2} = 279.35 \text{ N} \quad F_{r,F} = \sqrt{193.01^2 + 86.23^2} = 211.40 \text{ N}$$

$$n = 420 \text{ rpm}$$

$$\text{軸承額定壽命}(L_{10}) = \frac{60 \times n \times L_{10h}}{10^6} = \frac{60 \times 420 \times 10000}{10^6} = 252 (10^6 \text{ 轉})$$

E 軸承：

選用滾珠軸承 型號 6000 外徑：26mm 內徑：10mm 寬度：8mm

$$C_0 = 1960 \text{ N} \quad C = 4550 \text{ N}$$

$$\text{等價負荷}(P) : XVF_r + YF_a$$

$$\frac{F_a}{C_0} = \frac{39.71}{1960} = 0.020 \Rightarrow e = 0.20$$

$$\frac{F_a}{F_r} = \frac{39.71}{211.4} = 0.188 \leq e \Rightarrow X = 1.0 \quad Y = 0$$

$$P = 1.0 \times 1.0 \times 211.4 + 0 \times 39.71 = 211.4 \text{ N}$$

$$\text{額定動負荷 } C = P(L_{10})^{\frac{1}{3}}$$

$$C = 211.4 \times (252)^{\frac{1}{3}} = 1335.27 \text{ N} < 4550 \text{ N} \quad \text{OK!}$$

F 軸承：

選用滾珠軸承 型號 6000 外徑：26mm 內徑：10mm 寬度：8mm

$$C_0 = 1960 \text{ N} \quad C = 4550 \text{ N}$$

$$\text{等價負荷}(P) : XVF_r + YF_a$$

$$\frac{F_a}{C_0} = \frac{39.71}{1960} = 0.020 \Rightarrow e = 0.20$$

$$\frac{F_a}{F_r} = \frac{39.71}{279.35} = 0.142 \leq e \Rightarrow X = 1.0 \quad Y = 0$$

$$P = 1.0 \times 1.0 \times 279.35 + 0 \times 39.71 = 279.35 \text{ N}$$

$$\text{額定動負荷 } C = P(L_{10})^{\frac{1}{3}}$$

$$C = 279.35 \times (252)^{\frac{1}{3}} = 1764.48 \text{ N} < 4550 \text{ N} \quad \text{OK!}$$

軸承配置圖(傘齒輪軸)：

在傘齒輪軸上加裝兩顆滾珠軸承，降低傘齒輪軸上的疲勞強度及減少應力集中。

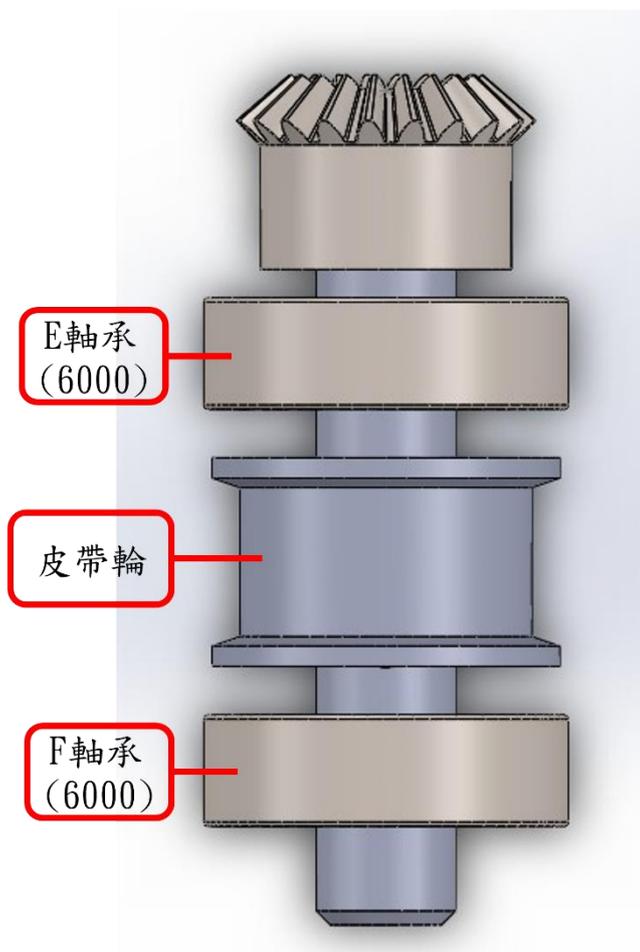


圖 24、軸承配置圖(傘齒輪軸)

四、基本元件

4-1 雙頭圓鍵

雙頭圓鍵為重要的一個基本元件，可以將齒輪與皮帶輪等零件結合於旋轉軸。選用雙頭圓鍵型錄

選用 AISI 1080 $N_{sf} = 2.5$

$$S_{yt} = 372 \text{ MPa}$$

$$\sigma_c = \frac{S_{yt}}{N_{sf}} = \frac{372}{2.5} = 148.8 \text{ MPa}$$

$$S_{sy} = 0.5S_{yt} = 0.5 \times 372 = 186 \text{ MPa}$$

$$\tau = \frac{S_{sy}}{N_{sf}} = \frac{186}{2.5} = 74.4 \text{ MPa}$$

$$T = \frac{60 \times 10^6 \times H}{2\pi n} = \frac{60 \times 10^6 \times 0.4}{2 \times \pi \times 420} = 9.095 \times 10^3 \text{ N} \cdot \text{mm}$$

$$d = 10 \text{ mm} \quad b = 3 \text{ mm} \quad h = 3 \text{ mm}$$

$$L = \frac{2T}{db\tau} = \frac{2 \times 9094.57}{10 \times 3 \times 74.4} = 8.2 \text{ mm}$$

$$L = \frac{4T}{dh\sigma_c} = \frac{4 \times 9094.57}{10 \times 3 \times 148.80} = 8.2 \text{ mm}$$

鍵槽長度需大於 $8.2 \text{ mm} \Rightarrow$ 選 $L = 15 \text{ mm}$

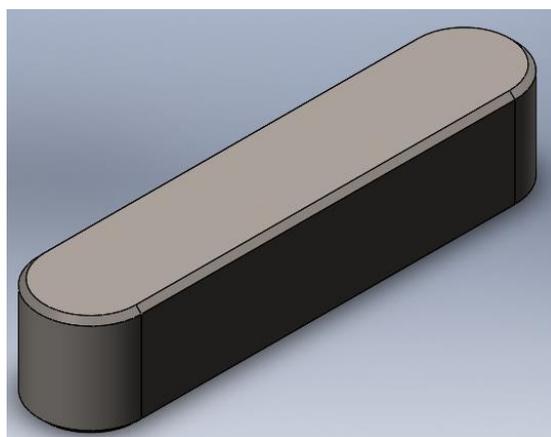


圖 25、雙頭圓鍵

4-2 扣環

軸用扣環：

使用扣環固定軸承，不會因為傳動而左右滑動，查表扣環，透過我們的軸徑去選用我們適合的扣環。選用軸用扣環型錄

資料來源：博升螺絲有限公司



圖 26、軸用扣環

4-2 傘齒輪

傘齒輪規格

傘齒輪用於傳遞相交軸與交錯軸，較為高效率且平穩的傳遞。

選用 KHK 齒輪型錄

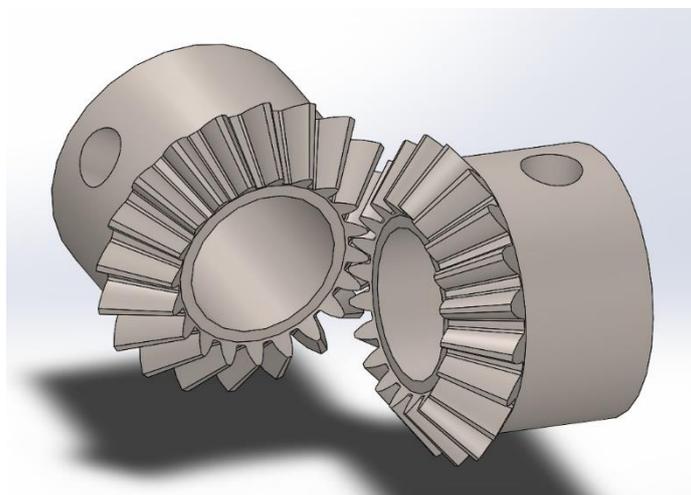


圖 27、傘齒輪

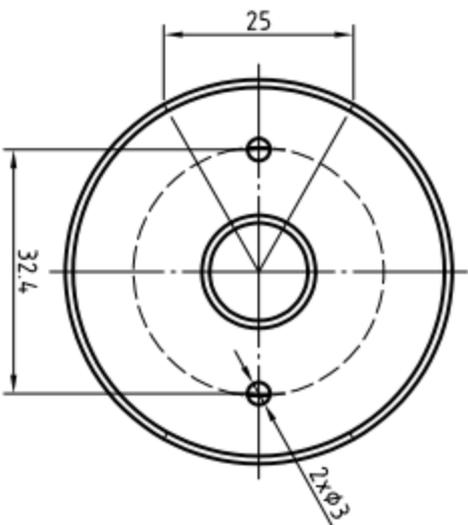
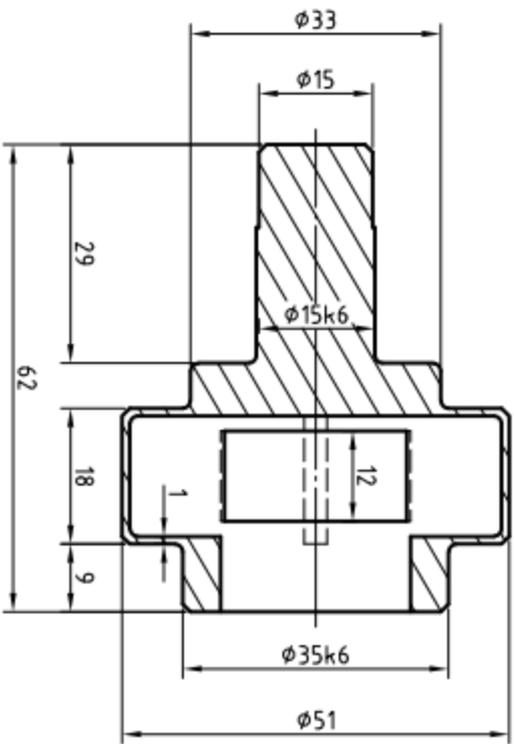
五、總結

機械設計課程完整的上完一個學期，上學期首先計算出負載再選用我們的馬達，之後再設定我們行星齒輪的齒數，接著選用我們的皮帶，透過基礎設定來驗證我們所選用的皮帶，然後再由一連串的計算去找出我們適合的模數及齒面寬來完成行星齒輪的設計，這學期銜接上學期所計算出的結果，再加以找出軸的尺寸、軸承所需要擺放的位置與適用的規格選配、剪力彎矩圖的繪畫以及各個軸的力的分析，最後我們透過 SolidWorks 將我們設計的皮帶、行星齒、傘齒輪、軸承、軸、扣環、墊圈等等裝配再一起，一開始畫出來的圖形長得有點奇怪，我們發現皮帶的寬度好像太大以及中心距好像還可以更小，最後我們由實際的動力去找出適合的皮帶，畫出來的圖看起來也比較正常。下學期在選配軸承與軸時，發現自己的行星齒輪過於大，我們花了非常大的心力一次又一次的重新計算出最適合的結果，此次我們也試著運用大二所學的繪圖相關知識常識完成工程圖的繪製，雖然不是完美的成果，但卻從中學習到繪製工程圖的相關要領。

每次的計算都有可能推翻前面努力的成果，由此可看出，計算完這些相關的參數，並不能代表最終的答案，需要透過軟體的配合，才可以更加了解自己設計的可能性有多大，或是任何需要修改的部分，設計這條路上沒有唯一的解答，唯有不斷的修改，不害羞地發問，才能學習到許多深藏在其中的寶藏，很開心這堂課讓我將大三前所學的知識加以運用、統整，達到機械系真正的第一個小階梯，未來繼續努力向前。

六
工
程
圖

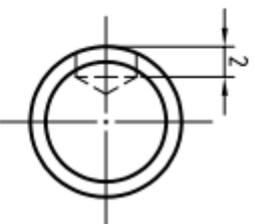
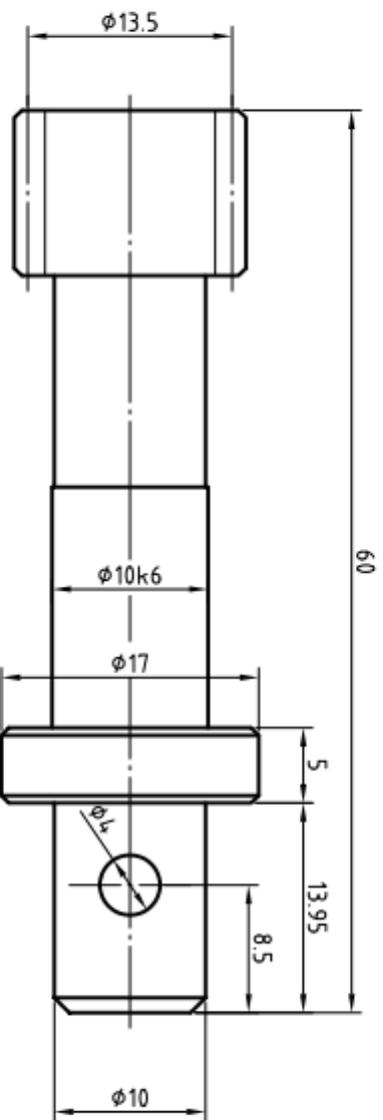




未標註之圓角R1

$\sqrt{Ra 6.3}$ ($\sqrt{Ra 0.8}$) 未標註之去角為 $1 \times 45^\circ$

行星齒輪軸	S45C	原料尺寸
件號	名稱	材質
投影	第三角法	班級
比例	1:1	組別
單位	mm	第八組



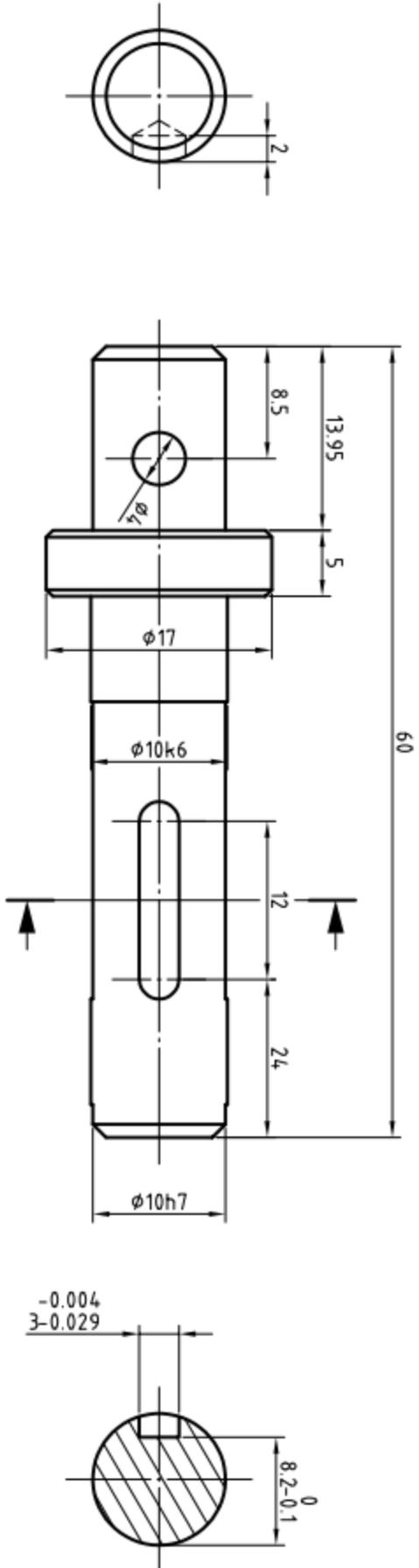
$\sqrt{Ra 6.3}$ ($\sqrt{Ra 0.8}$)

未標註之去角為 $1 \times 45^\circ$

太陽齒輪規格

模數	0.9
壓力角	20°
齒數	15
節圓直徑	$\phi 13.5$
齒冠高	0.9
齒高	2.025
齒頂圓直徑	30.6

件號	太陽齒輪軸	名稱	S45C	材質	原料尺寸
投影	第三角法	班級		機電三乙	
比例	2:1	組別	第八組		
單位	mm				



未標註之去角為 $1 \times 45^\circ$

$\sqrt{Ra 6.3}$ ($\sqrt{Ra 0.8}$)

傘齒輪軸	S45C	原料尺寸
件號	名稱	材質
第三角法	班級	機電三乙
比例	組別	第八組
單位	mm	

參考資料

- [1] 尤春風 (2015)。機器元件設計。新北市：滄海圖書
- [2] 蔡有藤、黃澤世、范晉瑞 (2016)。行星齒輪傳動機構運動分析。
- [3] Gates 時規皮帶型錄。
- [4] KHK 齒輪型錄
- [5] 高陽工業有限公司。雙頭圓鍵型錄。
- [6] 博升螺絲有限公司。軸用扣環型錄。

