

# 建構一個智慧的虛擬線上導師

## 來幫助學生適性化學習分數四則運算

Yian-Shu Chu<sup>1</sup>, Shian-Shyong Tseng<sup>1,2,\*</sup>

<sup>1</sup>Department of Computer Science, National Chiao Tung University  
1001 Ta Hsueh Road, Hsinchu, Taiwan 300, ROC

<sup>2</sup>Department of Information Science and Applications, Asia University  
500 Liufeng Road, Wufeng, Taichung, Taiwan 413, ROC

\*E-mail: ssttseng@cis.nctu.edu.tw

### 1. Introduction

#### Abstract

很多的小學生在進行分數四則運算的時候，常常會發生錯誤。而很多的原因會導致小學生產生錯誤，如迷失概念、粗心等等。老師必須藉由分析學生在測驗時所寫的運算方程式找出學生錯誤的地方，並且考量學生平常的學習狀況，以及結合老師的教學經驗，才能判斷學生產生錯誤的主要原因，並給予適當的補救教材來幫助他解決錯誤。不過，一個老師通常要面對三十到四十個學生，要找出學生產生錯誤的主要原因需要花費相當多的時間，且無法即時處理很多的學生。

在這篇論文中，我們利用規則式前向推論的專家系統的技術，提出一個虛擬線上導師來幫助分析學生產生錯誤的主要原因。然而如何得到專家系統內的知識是一個重要的議題，因此我們提出了一個知識擷取及一個資料探勘方法，利用學生的運算方程式、學習概況、和學習歷程，找出學生分數運算的錯誤模式及分析學生的行為模式，再將這些知識導入專家系統。如此虛擬線上導師才能針對不同的學生，給予最適性化的補救教學，幫助學生解決錯誤。

**Keywords:** e化學習，虛擬線上導師，專家系統，知識擷取，資料探勘

許多研究指出，分數這個數學概念，在數學的學習上，是一個很重要的關鍵。如果分數沒有學好，將會對以後數學的學習造成障礙。然而，研究同時指出，分數對小學生來說，是最複雜且最困難的概念。很多的小學生都沒有辦法將分數學好。最常發現的就是小學生在做分數四則運算試卷時，常常會發生錯誤。

有很多的原因會導致小學生做分數四則運算的時候產生錯誤：大多數的原因是小學生在學習分數相關的概念時，產生了迷失概念。在做分數的四則運算時，幾乎所有和分數相關的數學概念都需要用到，只要其中有一個概念沒有學好，產生了迷失概念，在做分數四則運算時就會產生錯誤；也有可能是粗心，明明相同的概念，在其他試題用到的時候都沒有產生錯誤，但是卻突然在某個試題產生了錯誤。這樣就很有可能是因為粗心而導致的計算錯誤。

現實生活中，老師為了發現學生產生錯誤的主要原因(Root Cause)。會先分析學生在做分數試題時所寫的分數運算方程式，發現學生方程式裡面有哪些錯誤模式(Error Pattern)，根據這些錯誤模式，再考量學生平常的學習狀況，以及結合老師的教學經驗，進而推論及判斷學生產生錯誤的主要原因。知道這些原因以後，老師才

能對症下藥，給予適當的補救教材來幫助學生盡量不要再犯同樣的錯誤。

不過，一個老師通常要面對三十到四十個學生。如果每個學生都要這樣個別找出他們產生錯誤的主要原因，這個工作量是非常大的，會花費老師相當多的精神與時間。而且一個老師在同一個時間，也只能針對一位學生，無法同時處理很多的學生。若老師的經驗不足，有時候也有可能無法判斷學生發生錯誤的主要原因。

因此，本研究的動機是希望能夠導入 e-learning 的概念，來幫助老師找出學生在練習分數四則運算時發生錯誤的主要原因，如此才能夠適性化的來幫助學生學習。由於 e-learning 會詳細且清楚的記錄學生的 Portfolio，如此一來就可以知道學生之前的學習狀況及學習行為，進而以此判斷學生產生錯誤的主要原因，並且給予最適合學生的補救教學。此外，由於電腦的處理速度很快，可以線上即時而且同步的處理幾百甚至幾千個學生。

近年來，同樣的有類似希望利用電腦來進行適性化測驗及適性化補救教學的研究在進行[4]，然而此研究利用分類(Classification)的方法，將學生依照測驗的結果進行分類後，再給予預定的補救教學。如此一來，當可供訓練的樣本數增加或是分類器的分類結果不好時，很難藉由簡單的方法，在大致都不改變的狀況下進行動態的修改，幾乎是必須重新執行分類的演算法。

電腦是利用快速且大量的執行程式設計者所給予的指令來處理程序，若是程式設計者無法給予電腦聰明的指令來處理程序，或者是當每次處理程序背後的思考方式(知識)改變的時候，程式設計者就必須大幅的修改指令；這樣的話，要電腦能夠自動的找出並且判斷學生學習上的問題是一件非常困難的事情。

專家系統(Expert System)[6] 這個人工智慧的技術，就是為了解決這個問題所產生。利用知識表達(Knowledge Representation)及知識擷取(Knowledge

Acquisition)的方法，可以將專家的知識擷取、整理、並且轉化成電腦能理解的語言，而這些知識再加上推論機(Inference Engine)，電腦就可以像專家一樣的推論並且像是和人一樣，具有思考的能力。

而關聯式規則探勘(Association Rule Mining)的方法即是一種可以幫助找出知識的技術。利用收集到的資料來找出常常發生的模式(Pattern)，進而利用這些模式來進行判斷。而關聯式規則探勘的一個優勢在於當資料不斷收集增加時，此種知識的形式容易漸進式(Incremental)的增加與修改，也已存在不少相關的研究。因此，可以大大的增加系統的彈性和靈活度。

在本研究中，我們利用這些技術，並且提出一個可以智慧虛擬線上導師(Intelligent Virtual Online Tutor: IVOT)的架構，幫助分析並且診斷學生在學習分數時遇到問題的主要原因。而此架構中的專家系統就是用來模擬一個聰明而且有經驗老師的大腦，讓此 e-learning 系統可以像這個老師一樣的思考、並且判斷學生在學習時所遇到困難的主要原因，進而提供適當的補救教學來幫助學生不要再犯同樣的錯誤。

## 2. Related Work

Behr 等人於 1983 年提出小學生對於分數的學習，是一個相當困難學習歷程[1]，而對於學習分數的這個問題，一直以來都有許多的研究在進行。不過，大部份學習分數的研究都針對找出學生計算分數上的錯誤模式[3][5]，或是建構分數相關概念的概念架構[2][7]，就我們所知，鮮少針對學生產生錯誤模式的真正原因，提出相關適性化補救教學的研究。如此一來，僅能治標，解決表面上看到的問題，無法根本的幫助學生實際的解決他們的問題。

而郭伯臣等人於 2004 年提出一針對國小數學領域電腦適性化之測驗系統之研究[4]，利用分類(Classification)的方法事

先建立分類器(Classifier)，再利用此分類器來判斷學生該給予何種的補救教學。如此一來，當學生的樣本增加，或是使用系統的學生族群改變時，要動態的修改分類器是一件很困難的事情。另外，此研究也並沒有將學生之前的學習狀況納入考量，如此有可能會增加誤判的機率。

而部分的 e-learning 系統強調能夠做到適性化學習(Adaptive Learning)。然而，不同的領域，其領域知識不一樣，要將這些技術輕鬆的導入到不同的領域，常常會遇到許多因為領域不同而產生的問題。

### **3. The framework of Intelligent Virtual Online Tutor (IVOT)**

如同先前所說，一個老師通常要面對三十到四十個學生，要做到適性化診斷與學習這樣的工作量是非常大的，會花費老師相當多的精神與時間。若是老師經驗不足，有時候也會無法判斷出學生的問題。因此我們導入 e-learning 的概念，來幫助

老師找出學生在練習分數四則運算時發生錯誤的主要原因，如此能夠適性化的來幫助學生學習。

本研究提出了一個智慧虛擬線上導師(Intelligent Virtual Online Tutor: IVOT) 的架構，如 Fig. 1 所示。在這個架構裡面除了資料庫及專家系統之外，主要還設計了三個元件(Component)。資料庫中有試題庫(Item Bank)，各個試題的元資料(Metadata)、各個學生的Portfolio、和學生練習時所產生的未知錯誤模式(Unknown Error Patterns)。專家系統則包含知識庫(Knowledge Base)和推論機(Inference Engine)。知識庫內又有針對三個不同元件所相對應的知識。而三個元件分別是試卷設計元件(Examination Designer)、試卷分析元件(Examination Analyzer)、和補救教學產生元件(Remedial Instruction Generator)。以下各節將針對這三個元件做詳細的介紹。

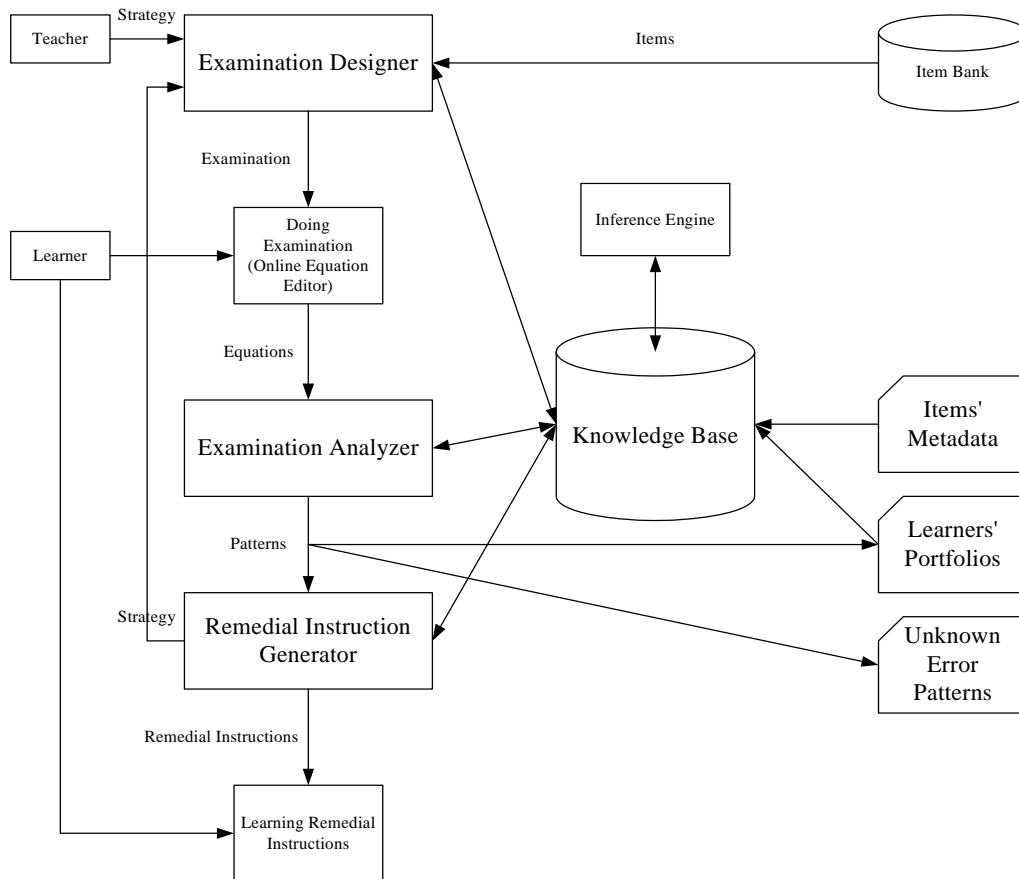


Fig. 1: The framework of Intelligent Virtual Online Tutor (IVOT)

#### 4. Examination Designer

由於每個學生都有不同的學習狀態及學習行為，一個有智慧的老師必須能夠針對不同學生現在的學習狀況，設計最適合學生練習的試卷，如此才能有效的發現學生學習上的問題。若是對所有的學生都使用為了符合大部分學生程度所出的試卷，很有可能無法明確的測驗出程度很好和程度很差學生的學習狀況。因此，試卷設計元件(Examination Designer)主要是用來針對不同的學生，產生最適合此學生的試卷，如 Fig. 2 所示。

試卷設計元件在沒有特殊設定的時候，會使用系統預設的出題策略(Strategy)來產生試卷。這個出題策略要考量的因素有學生的程度、希望試題的難易度、希望試題的題數等等。而老師也可以自行設計

和定義出題策略來產生試卷給學生。另外，當補救教學產生元件因為資訊不足無法判斷學生遇到問題的主要原因時，也會自動再產生一個新的出題策略來產生新的試卷，讓學生再次練習，讓系統可以有更多的資訊來判斷學生產生錯誤的主要原因。

當要產生試卷的時候，試卷設計元件就會去呼叫知識庫，藉由先前已經存在知識庫裡面的出題知識，結合策略、學生的Portfolio、和試題的元資料這些事實(Fact)，來推論並且產生出一份最適合學生練習的試卷。產生試卷以後，學生就利用線上的方程式編輯器(Online Equation Editor)來做練習。

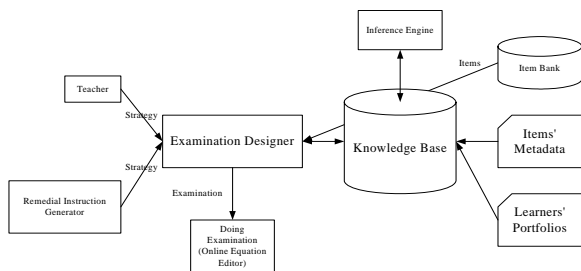


Fig. 2: The Examination Designer

## 5. Examination Analyzer

當學生利用線上方程式編輯器 (Online Equation Editor) 練習完試卷以後，每個試題就會有一個分數運算方程式。一般老師要知道學生的錯誤，就必須從這些方程式中分析出學生的錯誤模式 (Error Pattern)。因此，試卷分析元件 (Examination Analyzer) 就是用來分析這些方程式，並且找出存在的錯誤模式，如 Fig. 3 所示。

當學生做完試卷以後，試卷分析元件就會去呼叫知識庫，藉由知識庫裡面已經存在和分數相關的錯誤模式來進行分析，而這一個模式比對 (Pattern Matching) 的工作。而知識庫裡面的錯誤模式是由兩個方式得到：一個方式是我們藉由之前研究裡面所提出的錯誤模式，與有經驗的老師討論以後輸入知識庫的；另一個方式就是當產生知識庫內從來沒有遇到過的錯誤模式時，就會將這個未知錯誤模式記錄在資料庫中，之後再請有經驗的老師來解釋，並且輸入到知識庫裡面。如此就可以漸進式的 (Incremental) 擴充知識庫裡的錯誤模式，以期能夠自動診斷所有學生可能產生的錯誤模式。診斷完錯誤模式後，也會儲存回學生個人的 Portfolio，作為以後診斷的依據。

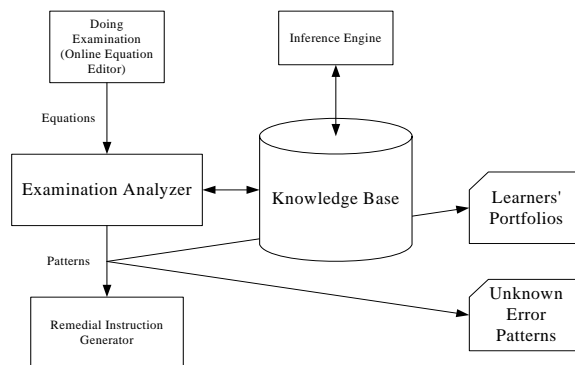


Fig. 3: The Examination Analyzer

## 6. Remedial Instruction Generator

當試卷分析元件分析完學生的錯誤模式以後，這樣要斷定學生產生錯誤的主要原因還不夠，這些只是錯誤的表像，背後一定有某些原因導致學生產生這些錯誤模式。老師必須要結合學生之前的學習狀況和學習行為，以及老師本身的教學經驗之後，才能有效的判斷學生產生這些錯誤的主要原因是什麼，並且根據這個原因給學生適當的補救教學來幫助學生學習，而且使學生盡量不要再犯相同的錯誤。因此，補救教學產生元件 (Remedial Instruction Generator) 就是要藉由這些錯誤模式，結合學生之前的學習狀況與學習行為，來找出學生發生錯誤的真正原因，如 Fig. 4 所示。

在執行補救教學產生元件時會呼叫知識庫來進行分析。而知識庫就會借由這些錯誤模式、試題的元資料、和學生的 Portfolio 這些事實 (Fact) 來進行推論。進而找出學生產生這些問題的主要原因。如果可以判斷的出來學生產生錯誤的原因，而且是因為某些迷失概念而產生錯誤，則會針對這些迷失概念找出相對應的教材，並產生適當的補救教學來給學生學習。反之，若是由於資訊不足無法判斷，則會再產生一個策略來出一份類似的試卷讓學生再次練習，進而能夠獲得更多的資訊來判斷學生發生錯誤的主要原因。

由於學生的 Portfolio 裡面紀錄著所有學生每次上線練習時所產生的錯誤模式，還有當時學生對於不同概念的了解及熟練程度。因此，知識庫裡面知識的來源是利

用資料探勘的關聯式規則探勘 (Association Rule Mining) 的方法來對所有學生的 Portfolio 進行探勘之後得到的可能行為模式，再請有經驗的老師來解讀這是什麼原因所造成的，最後將其輸入知識庫。

關聯式規則探勘的方法，為了能夠找出不同試題錯誤模式之間的關係，因此每個學生練習一份試卷時所包含的錯誤模式及當成一筆交易 (Transaction)。此外，由於還希望能夠找出學生目前的學習狀況以及不同試題錯誤模式之間的關係，因此在一筆交易內還加入了當時這個學生對於相關概念的熟練程度。

舉例來說，通常在做分數的加法時，可能會用到的概念有通分、約分、...等。而某個學生在做分數加法練習的時候，在編號 16 的試題上產生了 E2 的錯誤模式、在編號 25 的試題上產生了 E3 的錯誤模式。因此，這個學生在這次練習的交易就可以看成是  $\langle (\text{通分}, \text{低}), (\text{約分}, \text{高}), \dots, (16, E2), (25, E3) \rangle$ 。若是關聯式規則探勘的方法找出了  $\langle (\text{通分}, \text{低}), (16, E2), (25, E3) \rangle$  這樣的結果，則可以解釋為：當學生通分的熟練度是低的時候，他在編號 16 的試題上會產生 E2 的錯誤模式、在編號 25 的試題上會產生 E3 的錯誤模式。

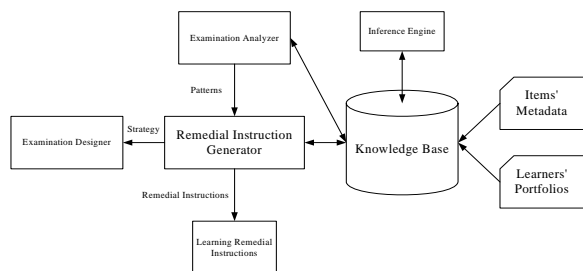


Fig. 4: The Remedial Instruction Generator

## 7. Experiment Design

在後續的實驗設計上，我們的實驗目的是希望能夠驗證智慧虛擬線上導師 (IVOT) 所找出來的補救教學能夠有效的幫助學生學習，並且不要再犯相同的錯誤。我們希望找一個班級的學生，利用他們之前的數學考試成績做為依據，以 S 型

的方式分成實驗組及對照組。

而實驗的步驟，首先會先手動設計出兩份試卷，每份試卷各包含十題，而且第二份試卷的所有試題都是第一份試卷的相似題，也就是說會用到相同的概念來解題。然後會先給所有的學生做第一份試卷，當做完試卷以後，紀錄所有學生答對、答錯、以及錯誤的模式。接下來，實驗組的學生會給予他們試卷裡面所擁有錯誤模式的補救教學，而對照組則給予所有的學習教材，但是不導引他們該看哪些教材。之後再給學生第二份試卷，並且和先前一樣的紀錄所有學生答對、答錯、以及錯誤的模式。

實驗的分析方面，在分析學生兩份試卷的紀錄之後，我們希望分析兩個現象：第一個是希望實驗組答對試題的比例有增加；而第二個是希望實驗組的學生重複出現相同錯誤模式的情形可以明顯的比對照組的學生少。

## 8. Conclusion

為了能夠幫助老師找出學生在練習分數四則運算時發生錯誤的主要原因，進而適性化的來幫助學生學習。本研究提出了一個智慧虛擬線上導師 (Intelligent Virtual Online Tutor: IVOT) 的架構，應用了專家系統、知識表達、知識擷取、及資料探勘等等的技術，可以有效的自動產生試卷、幫助老師分析學生練習的方程式、並且自動找出學生產生的錯誤模式及這些錯誤產生的真正原因，進而提供適當的補救教學來幫助學生解決他的問題。而相關的實驗目前正在進行中。

## Acknowledgments

This work was partially supported by National Science Council of the Republic of China under Grant No. NSC95-2520-S009-008-MY3.

## References

- [1] M. J. Behr, R. Lesh, T. R. Post, and E. A. Silver, Rational-Number concepts. In R. Lesh, and M. Landon(Eds). Acquisition of mathematics concepts and processes, 92-126. London, England: Academic Press.
- [2] 林福來、黃敏晃、呂玉琴(1996)。分數啟蒙的學習與教學之發展性研究。科學教育學刊，第四卷第二期。161-196頁。
- [3] 柳賢、李浩然(2003)。高雄市國一學生分數乘除法運算錯誤類型與成因之研究。中華民國十九屆科學教育學術研討會。
- [4] 郭伯臣、何政翰(2004)。國小數學領域電腦適性化測驗系統之建製。「2004數位生活與網際網路科技研討會」論文集，2004年6月24~26日，成功大學。
- [5] 郭伯臣、施淑娟(1995)。從試題特徵曲線到概念影響曲線。測驗統計年刊，第三輯，125-149頁。
- [6] 曾憲雄、黃國禎(2005)。人工智慧與專家系統—理論、實務、應用。旗標。
- [7] 游政雄、呂玉琴(2002)。臺灣北部地區國小中年級學童分數概念之研究。國立台北師範學院學報，第十五期，37-68頁。