

卡西歐繪圖型計算機複數運算程式設計-以配電變壓器電路計算為例

Design of Complex Number Operation Programs for CASIO Graphing Calculators-An Application to Distribution Transformer Circuit Calculation

廖基宏
Ji-Horng Liaw
建國科技大學 電機工程學系
台灣 彰化市
Department of Electrical
Engineering
Chienkuo Technology University
Changhua, TAIWAN.
jihorng@seed.net.tw

林可薰
Kee-Shiun Lin
元賀股份有限公司 研發部
台灣 豐原市
Department of Design
Power Base Limited Company
Fengyuan, TAIWAN.
keeshiun@yahoo.com.tw

蘇慶宗
Ching-Tzong Su
吳鳳技術學院 電機工程學系
台灣 嘉義縣
Department of Electrical
Engineering
WuFeng Institute of Technology
Chiayi, TAIWAN.
ctsu@mail.wfc.edu.tw

摘要

本文提出卡西歐繪圖型計算機的複數運算程式，使對於複數的運算更便利且節省操作時間。為了驗證所提出程式的方便性，本文以一個電路計算為例加以說明。

關鍵詞：複數運算，卡西歐，計算機。

Abstract

The programs of CASIO Graphing Calculators for complex number operations are presented. These programs make complex number operations easy and save time. To demonstrate the advantage of the proposed programs, an electric circuit power calculation is used as an example.

Keywords: complex number operation, CASIO, calculator.

一、簡介

電機工程研究人員對於其相關研究常常涉及複雜的複數運算[1]，而複數四則運算包含實數、虛數、大小以及角度四部分，若研究人員以一般傳統工程用計算機做為複數四則運算的工具，將使運算問題

的時間加長，不僅浪費時間，更使研究效率降低。而針對一個簡單的複數運算問題，來使用電腦運算便顯的佔用空間且浪費資源，此時掌上型計算機便是工程人員的最佳幫手。目前市售工程計算機朝向高階化，但對於複數的運算功能還只是停留在直角座標(Rectangular Coordinates)與極座標(Polar Coordinates)的互相轉換，或是有限性的簡單運算。本文提出一套主要針對 CASIO fx-7400G PLUS 繪圖型高階計算機[2,3]或其他 CASIO 同類型之計算機的複數運算程式，降低複雜的計算過程，提供研究人員在做複數的四則運算時，不須考慮直角座標與極座標的轉換，以所看即可輸入的方式，只要幾個鍵入數據的動作，即可輕鬆的完成複數運算，使工程研究人員藉由透過高階計算機的複數程式設計應用，提昇研究之意願與效率，CASIO 繪圖型計算機複數運算程式可至 www.jihorng.tw 下載使用。

二、複數之直角座標與極座標換算

數字系統使用複數[4]的目的，是要取得負數的平方根，由於複數的發明簡化困難的求解問題。

複數直角座標表示為

$$x + jy \quad (1)$$

複數極座標表示為

$$r < \theta^\circ$$

其中 x 代表實部， y 為虛部， r 為大小， θ 為角度。由於 $-90^\circ \leq \tan^{-1} \frac{y}{x} \leq 90^\circ$ ，所以當 (x, y) 位於第 I 與第 IV 象限時， $\theta = \tan^{-1} \frac{y}{x}$ ，並不需要做修正，而當 (x, y) 位於第 II 與第 III 象限時，則 θ 則必須分別做加 180 與減 180 的修正， x, y, r, θ 的相互關係如式(3)至(6)與圖 1 所示。

$$x = r \cos \theta \quad (3)$$

$$y = r \sin \theta \quad (4)$$

$$r = |\sqrt{x^2 + y^2}| \quad (5)$$

$$\theta = \begin{cases} \tan^{-1} \frac{y}{x} & , (x, y) \in \text{I, IV 象限} \\ \tan^{-1} \frac{y}{x} + 180 & , (x, y) \in \text{II 象限} \\ \tan^{-1} \frac{y}{x} - 180 & , (x, y) \in \text{III 象限} \end{cases} \quad (6)$$

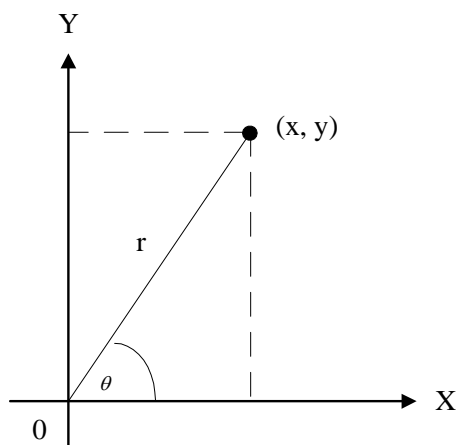


圖1 直角座標與極座標關係圖

三、卡西歐-基本操作指令

1. “?”(輸入指令)

功能：要求輸入一個數值

語法：? → <變數名稱>

(2) 2. “ ”(輸出指令)

功能：將任一指定變數或運算結果輸出

3. “:”多運算式指令

功能：連結兩個運算式。

4. “If~Then”

功能：當 If 後面條件成立時，執行 Then 後面的運算。

5. “If~Then~IfEnd”

功能：當 If 後面條件成立時，執行 Then 後面的運算，直到 IfEnd 為止。

6. “If~Then~Else”

功能：當 If 後面條件成立時，執行 Then 後面的運算，否則執行 Else 後面的運算。

7. “If~Then~Else~IfEnd”

功能：當 If 後面條件成立時，執行 Then 後面的運算，否則執行 Else 後面的運算，直到 IfEnd 為止。

8. “For~To~Next”

功能：對 For 後面之變數設定一初始值，逐步加 1 至 To 後面數值為止，執行 Next 前面運算。

9. “For~To~Step~Next”

功能：對 For 後面之變數設定一初始值，逐步加 Step 後面數值至 To 後面數值為止，執行 Next 前面運算。

10. “Prog”

功能：執行程式指令

四、卡西歐-複數程式使用說明

本文共提出五個程式，包含兩個副程式及三個主程式。程式操作步驟如表 1 至表 3 所示，副程式及主程式之程式碼如表 4 至表 8 所示，其中程式碼鍵入順序為由左至右，由上而下。各程式敘述說明如下：

(1) 副程式 PR

程式名稱：PR

功能：極座標轉直角座標

(2) 副程式 RP

程式名稱：RP

功能：直角座標轉極座標

(3) 主程式 CA

程式名稱：CA

功能：複數加法計算

輸入：直角座標或極座標

輸出：直角座標與極座標

程式操作步驟如表 1 所示，程式執行時，計算機首先會要求使用者輸入被加數的座標類型，接下來再輸入被加數的數據，再來計算機會再要求使用者輸入加數的座標類型，使用者再輸入加數的數據，其後陸續鍵入 4 次“EXE”按鍵，此時複數加法結果則以直角座標與極座標呈現。

(4) 主程式 CM

程式名稱：CM

功能：複數乘法計算

輸入：直角座標或極座標

輸出：直角座標與極座標

操作步驟如表 2 所示

(5) 主程式 CD

程式名稱：CD

功能：複數除法計算

輸入：直角座標或極座標

輸出：直角座標與極座標

操作步驟如表 3 所示

五、應用說明

本文以兩個例題說明本程式的便利性。

例題 1：

$$\begin{aligned} & \frac{(7 + j8)(2\angle 9^\circ)}{(5\angle -2^\circ)(1 + j6)} + \frac{(3\angle 10^\circ) + (20\angle 4^\circ)}{(10\angle 3^\circ) + (4\angle 20^\circ)} \\ &= \left(\frac{21.260\angle 57.814^\circ}{30.414\angle 78.538^\circ} \right) + \left(\frac{22.906 + j1.916}{13.745 + j1.891} \right) \\ &= (0.699\angle -20.724^\circ) + (1.657\angle -3.052^\circ) \\ &= 2.308 - j0.336 \\ &= 2.333\angle -8.271^\circ \end{aligned}$$

一般傳統工程計算機對於本例題可能要十分鐘以上才能求解答案，原因是完成本例題必須執行 10 次的直角座標與極座標的互換及 5 次複數運算，而以本文提供的程式，最快速度僅需不到兩分鐘即可求解。

例題 2：

單相電力系統為例[5]說明所提出之程式的便利性，其電路圖如圖 3 所示。電壓源為 60Hz， $V_s = 480\angle 0^\circ\text{V}$ ，傳輸線阻抗 $Z_{line} = 0.18 + j0.24\Omega$ ，負載阻抗 $Z_{load} = 4 + j3\Omega$ ，計算其負載電壓與傳輸線之損失。

首先將負載阻抗參考至傳輸線準位，

如圖 4 所示，此時等效負載阻抗為

$$\begin{aligned} Z'_{load} &= \left(\frac{10}{1}\right)^2 (4 + j3) \\ &= 400 + j300(\Omega) \end{aligned}$$

此時傳輸線準位總阻抗為

$$\begin{aligned} Z_{eq} &= Z_{line} + Z'_{load} \\ &= (0.18 + j0.24) + (400 + j300) \\ &= 400.18 + j300.24(\Omega) \\ &= 500.3 \angle 36.88^\circ(\Omega) \end{aligned}$$

再將傳輸線準位總阻抗參考至電源端，如圖 5 所示，此時等效總阻抗為

$$\begin{aligned} Z'_{eq} &= \left(\frac{1}{10}\right)^2 (Z_{eq}) \\ &= \left(\frac{1}{10}\right)^2 (Z_{line} + Z'_{load}) \\ &= Z'_{line} + Z''_{load} \\ &= \left(\frac{1}{10}\right)^2 (500.3 \angle 36.88^\circ) \\ &= 5.003 \angle 36.88^\circ(\Omega) \end{aligned}$$

此時電源電流

$$\begin{aligned} I_s &= \frac{480}{5.003 \angle 36.88^\circ} \\ &= 76.74 - j57.58(\text{A}) \\ &= 95.94 \angle -36.88^\circ(\text{A}) \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} I_{line} &= \left(\frac{1}{10}\right) I_s \\ &= 9.594 \angle -36.88^\circ(\text{A}) \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} I_{load} &= \left(\frac{10}{1}\right) I_{line} \\ &= 95.94 \angle -36.88^\circ(\text{A}) \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} V_{load} &= I_{load} Z_{load} \\ &= (95.94 \angle -36.88^\circ)(4 + j3) \\ &= 479.7 - j0.085(\text{A}) \\ &= 479.7 \angle -0.010^\circ(\text{A}) \end{aligned}$$

本文提出之程式並配合繪圖型計算機優點為操作簡單(simple)及節省時間，操作過程以求 V_{load} 為例簡述如下：

執行“CM”加法主程式，鍵盤上首先按“2”代表欲輸入一極座標數目，其次按“95.94”及“-36.88”代表輸入 $95.94 \angle -36.88^\circ$ 的數；同樣，再按“1”代表欲輸入另一個直角標數，其次按“4”及“3”代表輸入 $4 + j3$ 這個數目，計算機會自動顯示前兩數相乘的結果為 $479.7 - j0.085$ 及 $479.7 \angle -0.010^\circ$ ，並暫存該結果於 x, y 及 r, θ 之暫存器內。

由上述結果可知，負載電壓大小為 479.7 伏特。上述計算過程非常簡單便利，並不需要額外使用計算紙，計算機的輸出即為答案。

六、結論

經由本程式計算，完成複數運算所需要花費之時間相當簡短，比起使用一般傳統型工程計算機，運算時往往需要再做直角座標以及座標之互換，花費相當多的時間，本程式配合高階型計算機與傳統工程型計算機相較顯得相當有效率。

七、參考文獻

- [1] J. Arrillaga, N. R. Watson, Computer Modelling of Electrical Power Systems, John Wiley & Sons, Ltd., 2001.
- [2] CASIO fx-7400G PLUS User's Guide, Casio Computer Co., Ltd., 2001.
- [3] 廖基宏、林可薰、蘇慶宗，“卡西歐繪圖型計算機複數運算程式設計-以電力運算為例”，中華民國第二十七屆電力工程研討會論文集，2006，pp. PB1.8.1-PB1.8.5。
- [4] J. W. Nilsson, S. A. Riedel, Electric Circuits, 6thed., Prentice Hall, Inc., 2000.
- [5] Stephen J. Chapman, Electric Machinery Fundamentals, McGraw-Hill Co., Inc., 2004.

表 1 主程式 CA 之操作步驟

輸入	輸出
CA	
EXE	#1+ \Rightarrow R1P2 ?
被加數為直角座標輸入 1 , 若為極座標則輸入 2。	
EXE	?
輸入被加數之實部或大小。	
EXE	?
輸入被加數之虛部或角度。	
EXE	#2+ \Rightarrow R1P2 ?
加數為直角座標輸入 1 , 若為極座標則輸入 2。	
EXE	?
輸入加數之實部或大小。	
EXE	?
輸入加數之虛部或角度。	
EXE	+ \Rightarrow X+Y
	輸出結果之實部。
EXE	輸出結果之虛部。
	+ \Rightarrow R , O
EXE	輸出結果之大小。
EXE	輸出結果之角度。

表 2 主程式 CM 之操作步驟

輸入	輸出
CM	
EXE	#1 \times \Rightarrow R1P2 ?
被乘數為直角座標輸入 1 , 若為極座標則輸入 2。	
EXE	?
輸入被乘數之實部或大小。	
EXE	?
輸入被乘數之虛部或角度。	
EXE	#2 \times \Rightarrow R1P2 ?
乘數為直角座標輸入 1 , 若為極座標則輸入 2。	
EXE	?
輸入乘數之實部或大小。	
EXE	?
輸入乘數之虛部或角度。	
EXE	\times \Rightarrow X+Y
	輸出結果之實部。
EXE	輸出結果之虛部。
	\times \Rightarrow R , O
EXE	輸出結果之大小。
EXE	輸出結果之角度。

表 3 主程式 CD 之操作步驟

輸入	輸出
CD	
EXE	#1 ÷ ⇒ R1P2 ?
被除數為直角座標輸入 1 , 若為極座標則輸入 2。	
EXE	?
輸入被除數之實部或大小。	
EXE	?
輸入被除數之虛部或角度。	
EXE	#2 ÷ ⇒ R1P2 ?
除數為直角座標輸入 1 , 若為極座標則輸入 2。	
EXE	?
輸入除數之實部或大小。	
EXE	?
輸入除數之虛部或角度。	
EXE	÷ ⇒ X+Y
	輸出結果之實部。
EXE	輸出結果之虛部。
	÷ ⇒ R, O
EXE	輸出結果之大小。
EXE	輸出結果之角度。

表 4 極座標轉直角座標副程式

PR									
R	cos	O	→	X	:	R	sin	O	→
Y									

表 5 直角座標轉極座標副程式

RP									
$\sqrt{\quad}$	(X	x^2	+Y	x^2)	→	R	:
If	X	=	0	:	Then	Goto	1	:	Else
Goto	2	:	IfEnd	:	Lbl	1	:	If	Y
>	0	:	Then	90	→	O	:	Ifend	:
If	Y	<	0	:	Then	-90	→	O	:
IfEnd	:	If	Y	=	0	:	Then	0	→
O	:	IfEnd	:	Goto	4	:	Lbl	2	:
\tan^{-1}	(Y	÷	X)	→	O	:	If
X	<	0	:	Then	Goto	3	:	Else	Goto
4	:	IfEnd	:	Lbl	3	:	If	Y	>
0	:	Then	1	8	0	+	O	→	O
:	IfEnd	:	If	Y	<	0	:	Then	-
1	8	0	+	O	→	O	:	IfEnd	:
If	Y	=	0	:	Then	Goto	4	:	IfEnd
:	Lbl	4	:	IfEnd					

表 6 複數加法主程式

CA									
Lbl	0	:	“	#	1	+	⇒	R	1
P	2	”	:	?	→	E	:	If	E
=	1	:	Then	Goto	1	:	Ifend	:	If
E	=	2	:	Then	Goto	1	:	else	Goto
0	:	Ifend	:	Lbl	1	:	?	→	A
:	?	→	B	:	If	E	=	2	:
Then	A	→	R	:	B	→	O	:	Prog
“	P	R	”	:	X	→	A	:	Y
→	B	:	IfEnd	↓	Lbl	2	:	“	#
2	+	⇒	R	1	P	2	”	:	?
→	E	:	If	E	=	1	:	Then	Goto
3	:	Ifend	:	If	E	=	2	:	Then
Goto	3	:	Else	Goto	2	:	Ifend	:	Lbl
3	:	?	→	C	:	?	→	D	:
If	E	=	2	:	Then	C	→	R	:
D	→	O	:	Prog	“	P	R	”	:
X	→	C	:	Y	→	D	:	IfEnd	↓
A	+	C	→	X	:	B	+	D	→
Y	:	Prog	“	R	P	”	:	“	+
⇒	X	+	Y	”	:	X		Y	
Prog	“	R	P	”	:	“	+	⇒	R
,	O	”	:	R		O			

表 7 複數乘法主程式

CM									
Lbl	0	:	“	#	1	×	⇒	R	1
P	2	”	:	?	→	E	:	If	E
=	1	:	Then	Goto	1	:	Ifend	:	If
E	=	2	:	Then	Goto	1	:	else	Goto
0	:	Ifend	:	Lbl	1	:	?	→	A
:	?	→	B	:	If	E	=	1	:
Then	A	→	X	:	B	→	Y	:	Prog
“	R	P	”	:	R	→	A	:	O
→	B	:	IfEnd	↓	Lbl	2	:	“	#
2	×	⇒	R	1	P	2	”	:	?
→	E	:	If	E	=	1	:	Then	Goto
3	:	Ifend	:	If	E	=	2	:	Then
Goto	3	:	Else	Goto	2	:	Ifend	:	Lbl
3	:	?	→	C	:	?	→	D	:
If	E	=	1	:	Then	C	→	X	:
D	→	Y	:	Prog	“	R	P	”	:
R	→	C	:	O	→	D	:	IfEnd	↓
A	C	→	R	:	B	+	D	→	O
:	Prog	“	P	R	”	:	“	×	⇒
X	+	Y	”	:	X		Y		Prog
“	R	P	”	:	“	×	⇒	R	,
O	”	:	R		O				

表 8 複數除法主程式

CD									
Lbl	0	:	“	#	1	÷	⇒	R	1
P	2	”	:	?	→	E	:	If	E
=	1	:	Then	Goto	1	:	Ifend	:	If
E	=	2	:	Then	Goto	1	:	else	Goto
0	:	Ifend	:	Lbl	1	:	?	→	A
:	?	→	B	:	If	E	=	1	:
Then	A	→	X	:	B	→	Y	:	Prog
“	R	P	”	:	R	→	A	:	O
→	B	:	IfEnd	↓	Lbl	2	:	“	#
2	÷	⇒	R	1	P	2	”	:	?
→	E	:	If	E	=	1	:	Then	Goto
3	:	Ifend	:	If	E	=	2	:	Then
Goto	3	:	else	Goto	2	:	Ifend	:	Lbl
3	:	?	→	C	:	?	→	D	:
If	E	=	1	:	Then	C	→	X	:
D	→	Y	:	Prog	“	R	P	”	:
R	→	C	:	O	→	D	:	IfEnd	↓
A	÷	C	→	R	:	B	-	D	→
O	:	Prog	“	P	R	”	:	“	÷
⇒	X	+	Y	”	:	X		Y	
Prog	“	R	P	”	:	“	÷	⇒	R
,	O	”	:	R		O			

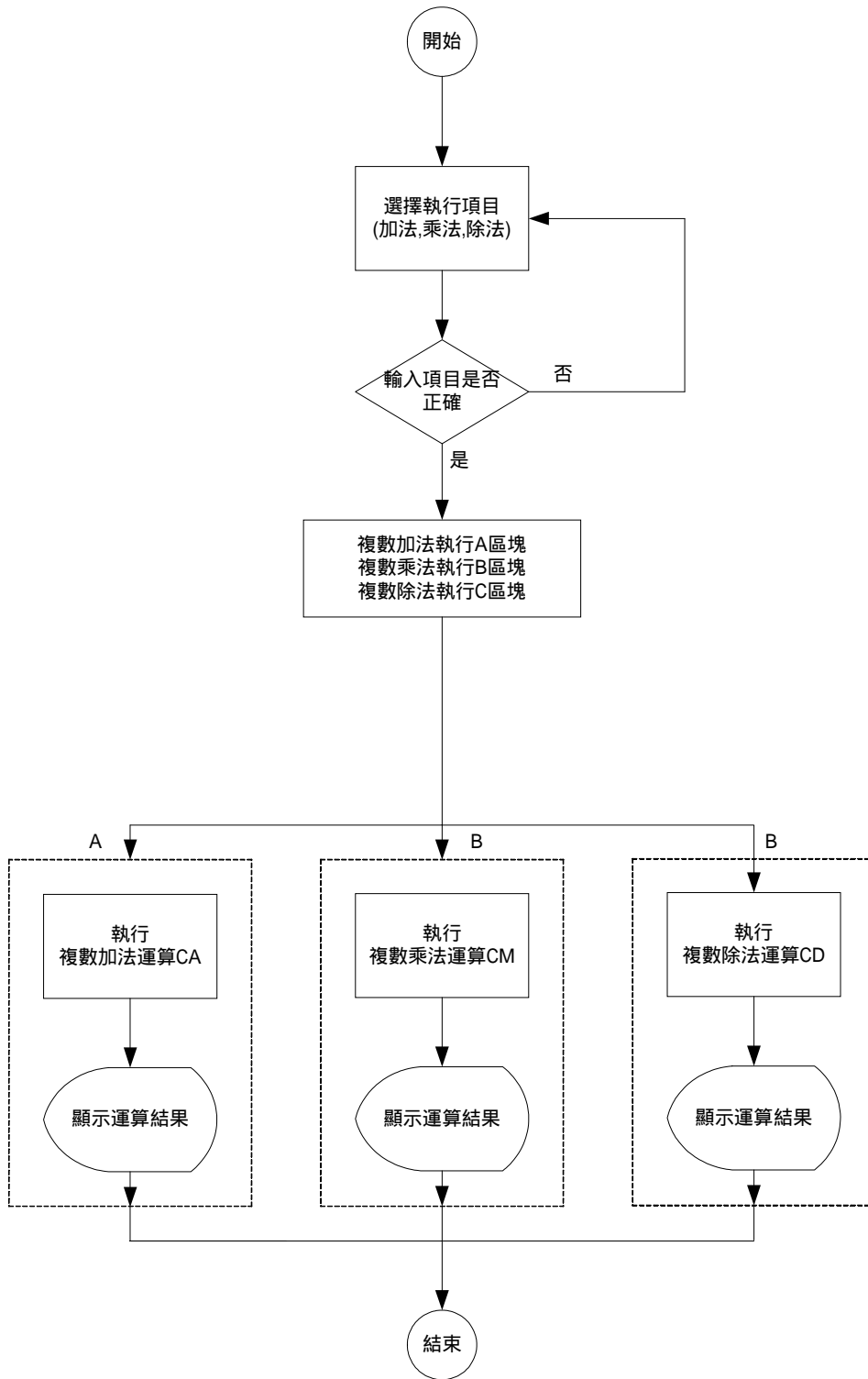


圖2. 程式執行流程圖

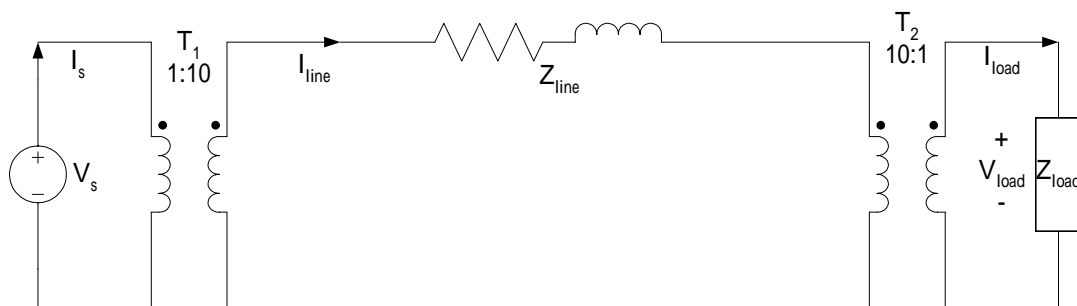


圖3

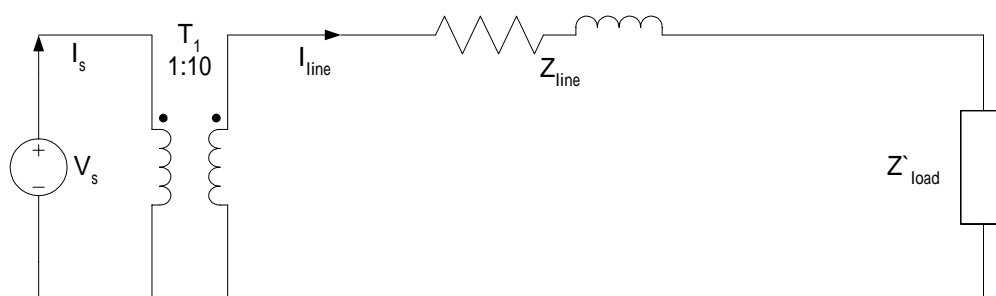


圖4

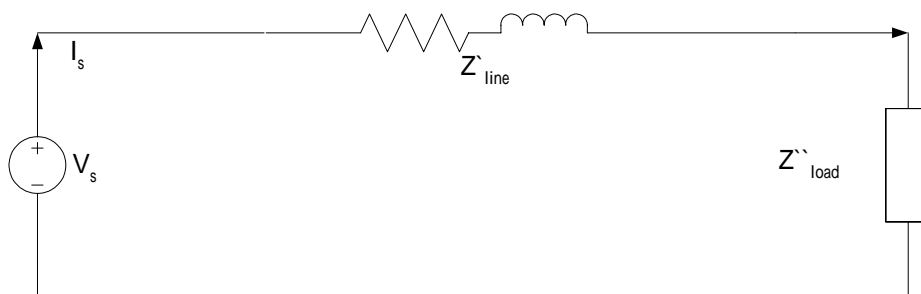


圖5