



逢甲大學學生報告 ePaper

對稱性與非對稱性 GARCH 模型之股票波動預測比較

Predicting the volatility of the stock index via GARCH

models: the role of asymmetries

作者：劉威麟

系級：統計與精算研究所 計量財務組 碩一

學號：M9416505

開課老師：陳婉淑

課程名稱：財務時間序列

開課系所：應用統計研究所

開課學年： 94 學年度 第 1 學期

摘要

股票報酬率的波動往往存有群集性與非對稱性兩種特性。在這篇報告中，想要了解對稱與非對稱一般化自我迴歸條件異質變異數模型 (Generalized Autoregressive Conditional Heteroskedastic model, 簡稱 GARCH model) 的預測波動能力，進一步的想驗證非對稱性 GARCH 有比較準確的波動預測能力。本報告以 GARCH(1,1) 為基本組，非對稱型模型選擇 Exponential GARCH (EGARCH)、Threshold Auto-Regressive GARCH (TAR-GARCH) 兩模型，在一樣的條件平均式 (conditional mean) 與預測水平 (forecast horizons) 下，使用移動式樣本組合估計 GARCH、EGARCH、TAR-GARCH 模型參數與預測波動，做非巢狀性模型間的比較，使用 DM test (Diebold, F.X. & Mariano, R.S., 1995)。而得到的報告結果在 one-step 水準下，雖然不是非常顯著，但 EGARCH、TAR-GARCH 模型預測能力確實比 GARCH 模型佳，而 DM test 結果顯示 TAR-GARCH 預測波動能力比 EGARCH 來的準確。

Keywords: 波動群聚性、波動不對稱性、波動預測、條件平均式、GARCH、EGARCH、TAR-GARCH、DM test

目錄

摘要	I
目錄	II
附錄 (一)	III
附錄 (二)	IV
1.概論	1
2.研究方法	2
(一) 資料描述	2
(二) 變異數異質性檢定	3
(三) 對稱性檢定	4
3.模型配置與預測比較	5
(一) 模型配置	5
(二) 預測方法	6
(三) DM test 與結果	7
4.結論	8
Reference	V

1. 概論

在財務領域的實務經驗上，股票的報酬率與波動之間存在著一種負的相關性，這種現象來自於不對稱的波動所引起。回顧以往文獻，大致分為兩種解釋，一是槓桿效應，Black(, 1976)說明了負面的消息造成股票價值的下滑(負的報酬率)，造成資本結構比(D/E ratio)的上升，相對的提升了股票的風險(波動變大)；反之，正面消息卻降低了股票的波動，在某種程度上槓桿效應代表了波動。而另一種說法是波動變動的效果會影響報酬率的起伏，稱為波動回饋或是風險溢籌(French K.R., Schwert G.W., & Stambaugh R., 1987)。本篇報告則著重在報酬率對波動的影響。

在探討波動模型之前必須先了解一些特有的股票現象如 Mandelbrot(1963)和 Fama(1965)所指出股價的分配會呈現高峽峰(leptokurtic)且厚尾的型態。Mandelbrot(1963)觀察股價產生比較大的波動時，之後幾期也會產生較大的變化，即”大的波動往往伴隨著大的波動，小的波動往往伴隨著小的波動”，是一種稱為波動群聚性(volatility clustering)的現象。Morgan(1976)在研究股票報酬率的變異數時，發現報酬率的變異數會隨著時間改變，這種現象稱為異質變異。所以 Engle 在 1982 年發表的自我迴歸條件異質變異數模型(Auto-Regression Conditional Heteroskedastic model, 簡稱 ARCH model)，認為殘差的變異數不是固定不變的，且會受到過去殘差項平方影響。而 Bollerslev 在 1986 接著提出一般化自我迴歸條件異質變異數模型 (Generalized Autoregressive Conditional Heteroskedastic model；簡稱 GARCH model)，將過去的條件變異數納入 ARCH 模型中，這兩種模型都符合了上述的現象，也因此廣泛的應用在財務實務方面。事實上，這種已經被廣泛使用的模型卻無法獲得”好壞消息對波動的影響”的關係。但我們只要適當的對波動的架構作一些限制，讓正負不同的衝擊有著不同的波動變動，而這問題也就得以改善。所以近期的

非對稱性模型陸續出現；如 Nelson 在 1991 年提出的 Exponential GARCH(EGARCH), 及 Tong 在 1983 年提出的 Threshold Auto-Regressive GARCH(TAR-GARCH)...等。

本報告主要想探討各種 GARCH 模型的波動預測能力，比較非對稱性模型與對稱性模型的波動預測準確度。而近期的論文著作提出了很多相關的比較方法，但這些方法的架構下都會面對著同一個難題，即是實際波動是無法測量或是觀察到的。所以在此之前勢必使用替代變數來代替實際的波動。一般而言；普遍的使用報酬率的平方式來作為替代變數。在本報告中報酬率定義為 $r_t = [\log(S_t) - \log(S_{t-1})] \cdot 100$ ，而報酬率平方式則使用符號 r_t^2 表示。雖然使用 r_t^2 有過於渲染波動起伏的現象，但卻也不失不偏性 (Andersen and Bollerslev, 1998)。有了此基礎我們得以進行驗證我們的研究目的。而本報告則以 GARCH 模型為基礎下與其他非對稱性模型做非巢狀性模型間的比較；而非巢狀模型比較可以使用 DM 統計量檢定 (Diebold and Mariano, 1995) 來完成。參考 Basel M. A. Awartani, Valentina Corradi, (2005)；步驟大致分三部份，第一步對資料分析；第二步以選定模型做 out-sample one-step 的波動預測；第三步則比較各模式的預測能力使用 DM 統計量來判斷。檢定結果如同一般所預期的，非對稱性模型比對稱性模型更加準確的預測波動。接下來第二章為研究方法；針對資料作一些統計分析檢定及方法，第三章為模型配置與預測比較，第四章則為此報告之研究結果與未來研究的方向。

2. 研究方法

(一) 資料描述

資料為 S&P-500 Composite Price Index, adjusted for dividends，由 Datastream 取得之股票價格日資料。起始範圍由 1990 年 1 月 1 日至 2001

年 9 月 28 日止，樣本總數 $T = 3065$ 筆。樣本以報酬率 $r_t = [\log(S_t) - \log(S_{t-1})] \cdot 100$ 做處理， S_t 為第 t 期股票價格。表 1. 則分別為其統計量，由此看出 r_t 平均數不為零為正的平均報酬率，偏態係數是負；資料略呈非對稱的左偏分佈，峰態係數 >3 ；為高峽峰。使用單根檢定序列是否平穩；結果在表 2. 結果很明顯 S_t 的 P-value 很大；有單根則為不平穩序列，而 r_t 序列 P-value < 0.01 ；序列不具單根；已經達到平穩。而圖 1.、2. 分別為 S_t 與 r_t 的時間序列圖，由圖 1 也可以看出 S_t 為不平穩且有上升趨勢的時間序列。

(二) 變異數異質性檢定

在配置對稱性一般化自我迴歸條件異質變異數模型前，必須先對資料檢定是否有異質變異存在，使用 Ljung-Box 統計量及 LM test 檢定 ARCH Effect，其分為四步驟。

Step1. 先對 r_t 作 k 階自我回歸 $r_t = \phi_0 + \phi_1 r_{t-1} + \dots + \phi_k r_{t-k} + a_t$, $k=1, \dots, T$, $T=3065$,

a_t 為殘差，回歸結果得到殘差估計值 \hat{a}_t 。

Step2. 把殘差估計值做平方轉換對 \hat{a}_t^2 做 q 階自我相關回歸檢定是否為

ARCH(q) $\hat{a}_t^2 = \gamma_0 + \gamma_1 \hat{a}_{t-1}^2 + \dots + \gamma_q \hat{a}_{t-q}^2 + \varepsilon_t$, 得到判定係數 R^2 。

Step3. 定義統計量 $LM = T \cdot R^2 \sim \chi_{(q)}^2$ ，Ljung-Box 檢驗 \hat{a}_t^2 得 Q 統計量。

Step4. 檢定 $H_0 : \gamma_1 = \dots = \gamma_q = 0$ (變異數同質性), $H_1 : \text{至少一 } \gamma_q \text{ 不為零}$ ，如果

$LM > \chi_q^2 \Rightarrow \text{拒絕 } H_0$ 。

結果如表 3. Q 統計量及 LM 統計量 P-value 很小，存在有異質變異的情況，可配置 GARCH 模型。

(三) 對稱性檢定

股票報酬率除了有異質變異數的特性外，一般普遍也具備了不對稱波動的特性，所謂的不對稱波動是指好壞消息對波動造成的影響不一致，我們檢定是否存在波動的不對稱性，已確定是否可配置不對稱的 GARCH 模型。使用 Engle 與 Ng (1993)的方法建議四個診斷方法，分別為符號偏誤檢定 (sign bias test, SBT)、負程度偏誤檢定 (negative size bias test, NSBT)、正程度偏誤檢定 (positive size bias test, PSBT)與聯合檢定 (joint test, JT)檢定；作法為回歸方程式： $a_t^2 = w_0 + w_1 S_{t-1}^- + w_2 S_{t-1}^- \varepsilon_{t-1} + w_3 S_{t-1}^+ \varepsilon_{t-1} + \varepsilon_t$ S_{t-1}^- 為若未期望報酬為負值 $S_{t-1}^- = 1$ ，反之為 0。 S_{t-1}^+ 定義則與 S_{t-1}^- 相反。SBT 主要在檢查正向與負向未期望報酬是否可以預測波動。負程度偏誤檢定是使用 $S_{t-1}^- \varepsilon_{t-1}$ 來檢查不同大小程度的負向未期望報酬對波動是否有不同的影響效果。而正程度偏誤檢定則使用 $S_{t-1}^+ \varepsilon_{t-1}$ 來檢定不同大小的正向未期望報酬對波動是否有不同的效果，聯合檢定主要檢定波動是否能同時由 S_{t-1}^- 、 $S_{t-1}^- \varepsilon_{t-1}$ 與 $S_{t-1}^+ \varepsilon_{t-1}$ 三者來解釋。SBT、NSBT 與 PSBT 的檢定方法是以 t 統計量分別檢定上述回歸式中的參數 w_1 、 w_2 與 w_3 。JT 的檢定方法是以統計量 $T \cdot R^2$ 檢定之，其分配漸進自由度等於 3 的卡方分配。結果如表 4。由 SBT 檢定的結果，t 統計值為 2.7，P-value 顯著，表示負向的未期望報酬對於條件波動的影響明顯大於正向未期望報酬對於波動的影響效果。而在 NSBT 檢定結果上，t=-10.15 統計值呈現高度顯著，這表示較大的負向未期望報酬值對於條件波動的影響比較小的負向未期望報酬值為大。PSBT 檢定結果 t=0.16 非常不顯著，表示正向未期望報酬值對波動的影響不是很明顯。JT 聯合性顯著 P-value<0.01，所以有非對稱性波動存在。

3. 模型配置與預測比較

(一) 模型配置

由第二章結果得知資料有 ARCH Effect 的現象，所以我們得以配置 GARCH 模型。

AR(1)-GARCH(1,1)模型如下：

$$r_t = a_t + \phi_0 + \phi_1 \cdot r_{t-1}, \quad a_t = \sigma_t \cdot \varepsilon_t, \quad \sigma_t^2 = \alpha_0 + \alpha_1 \cdot a_{t-1}^2 + \beta_1 \cdot \sigma_{t-1}^2 \quad (1)$$

$\alpha_0 > 0, \alpha_1 \geq 0, \beta_1 \geq 0$ 為讓變異數恆正(positive variance)的限制式； $\alpha_1 + \beta_1 < 1$ 則為共變異平穩(covariance stationarity)的限制式。

而樣本資料經對稱性檢定結果顯示具有非對稱波動的現象，因此配置非對稱性模型，本報告考慮 EGARCH、TAR-GARCH 兩模型。

AR(1)-EGARCH(1,1)模式如下：

$$r_t = a_t + \phi_0 + \phi_1 \cdot r_{t-1}, \quad a_t = \sigma_t \cdot \varepsilon_t, \quad g(\varepsilon_t) = |\varepsilon_t| - \sqrt{\frac{2}{\pi}} - \theta \cdot \varepsilon_t, \\ \ln(\sigma_t^2) = \alpha_0 + \alpha_1 \cdot g(\varepsilon_{t-1}) + \beta_1 \cdot \ln(\sigma_{t-1}^2) \quad (2)$$

因為 σ_t^2 經過指數轉換所以不需要條件式去維持變異數恆正。

AR(1)-TAR-GARCH(1,1)模式如下：

$$r_t = a_t + \phi_0 + \phi_1 \cdot r_{t-1}, \quad a_t = \sigma_t \cdot \varepsilon_t, \\ \sigma_t^2 = (\alpha_0^{(1)} + \alpha_1^{(1)} a_{t-1}^2 + \beta_1^{(1)} \sigma_{t-1}^2) + (\alpha_0^{(2)} + \alpha_1^{(2)} a_{t-1}^2 + \beta_1^{(2)} \sigma_{t-1}^2) I_{t-1} \\ I_{t-i} = 1 \quad \text{if } a_{t-i} < 0, \quad 0, \quad \text{ow.} \quad (3)$$

$\alpha_i^{(1)}, \beta_1^{(1)} > 0, \alpha_i^{(1)} + \alpha_i^{(2)}, \beta_1^{(1)} + \beta_1^{(2)} > 0$ 為讓變異數恆正(positive variance)的限制式； $\alpha_1^{(1)} + \alpha_1^{(2)} + \beta_1^{(1)} + \beta_1^{(2)} < 1, \alpha_1^{(1)} + \beta_1^{(1)} < 1$ 則為共變異平穩(covariance stationarity)的條件限制式。

以上模型，參數估計以最大概似法與 BHHH 演算法(Berndt, et al., 1974)

做估計，而模式適合檢定使用 Ljung-Box (1978) Q 統計量，結果如 表 5. 可以得知大部分的參數在顯著水準 5% 下顯著，顯著水準 10% 幾乎所有參數顯著。表 6. 則為 Q 統計量的結果，在顯著水準 1% 下所有的 Q 統計量皆不顯著，模式配適完成。

(二) 預測方法

在作預測的之前，必須決定樣本組合的形式去估計模型得到參數做預測。在此，本報告使用移動式的樣本組合。把總資料 $T=3065$ 分為 R 、 P 兩部份， R 為估計模型之樣本數， P 則為預測比較的保留樣本，在此 P 取 330 筆。考慮相同條件平均(AR(1))以及相同預測水平(one-step)，對 3.(一)選定之模型做波動預測。做法如下:取 $1\sim R$ 樣本區間作模式參數估計並取得第一筆的 one-step 波動預測值，使用 $2\sim R+1$ 區間樣本作模式估計並取得第二筆 one-step 波動預測值，...，直到 $R\sim R+P-1$ 樣本區間做模式估計取得第 330 筆 one-step 預測值。而因為波動的不可測性質，我們須使用替代變數，回顧近期文章皆以 r_t^2 來替代實際的波動。因為 r_t^2 具有不偏的性質，故在本報告也引用此方法，由 $u_{h, t+1} = \left(r_{t+1}^2 - \hat{\sigma}_{h, t+1}^2 \right)$ ， $\hat{\sigma}_{h, t+1}^2$ 為第 h 模型的 $t+1$ 筆的波動預測值， $h=(1), (2), (3)$ ， $t=R, \dots, T-1$ ，則可得到 330 筆各模型的預測殘差 $u_{h, t+1}$ 。圖 3、4、5. 分別為 GARCH、EGARCH、TAR-GARCH 之波動預測圖。由圖觀之，在同樣的條件平均(AR(1))與預測水平(one-step)下三者對波動的預測沒有很明顯的差距，無法由波動預測圖辨別預測能力，實際比較則由 DM test 進行檢定。

(三) DM test 與結果

經由以上步驟得到了各模型的波動預測值與 r_t^2 ，得各模型的預測殘差值 $u_{h,t+1}$ ，則我們可以開始非巢狀性模型兩兩比較。基本組為 AR(1)-GARCH(1,1)， $H_0 : E\left(\left(r_{t+1}^2 - \sigma_{(1),t+1}^2\right)^2 - \left(r_{t+1}^2 - \sigma_{h,t+1}^2\right)^2\right) = 0$ 虛無假設為兩模型預測準確度一致。與 $H_1 : E\left(\left(r_{t+1}^2 - \sigma_{(1),t+1}^2\right)^2 - \left(r_{t+1}^2 - \sigma_{h,t+1}^2\right)^2\right) \neq 0$ 在此 $\hat{\sigma}_{(1),t+1}^2$ 為 GARCH 之第 t+1 筆波動預測值， $\hat{\sigma}_{h,t+1}^2$ 為第 h 組模型之波動預測值。DM 統計量計算如下：

$$DM_P = \frac{1}{\sqrt{P}} \cdot \frac{1}{\hat{S}_P} \cdot \sum_{t=R}^{T-1} \left(\left(r_{t+1}^2 - \hat{\sigma}_{(1),t+1}^2 \right)^2 - \left(r_{t+1}^2 - \hat{\sigma}_{h,t+1}^2 \right)^2 \right)$$

\hat{S}_P 為 Heteroskedasticity and Autocorrelation robust Covariance(HAC)估計量。我們使用統計軟體得到下列結果。如表 7. 以 MSE 為基礎下的 DM 檢定結果指出在 H_0 :預測能力一樣準確 v.s. H_a : GARCH 比 EGARCH 準確預測波動下 DM 統計量為 3.12417，其 P-value 為 0.99911 無法拒絕虛無假設，相反的在對立假設 H_a :EGARCH 比 GARCH 準確預測波動下 DM 統計量為-3.12417，P-value 為 0.0009 拒絕虛無假設。由此可知 EGARCH 模型對波動的預測比 GARCH 模型來的要好，同樣的結果也可以從表 8. 得知以 MSE 為基礎下的 DM 檢定結果顯示 TAR-GARCH 比 GARCH 還預測的準確。但我們從表 7.、8. 發現另一種現象，在 MAE 為基礎下只有在對立假設 H_a :TAR-GARCH 比 GARCH 準確預測波動下，DM 統計量為-3.36576 其 P-value 為 0.00038 能拒絕 H_0 :預測能力一樣準確。這能表示 TAR-GARCH 比 EGARCH 預測還準確嗎？我們對兩者進行 DM 檢定。結果如表 9. 在 MSE 為基礎下的 DM 檢定 P-value 都不顯著，兩者無顯著差別。在 MAE 為基礎下的 DM 檢定顯示；對立假設為 H_a :TAR-GARCH 比 EGARCH 準確預測波動；DM 統計量為-3.10483 其 P-value 為 0.00095，拒絕虛無假設，所以 TAR-GARCH 比 EGARCH 預測準確。

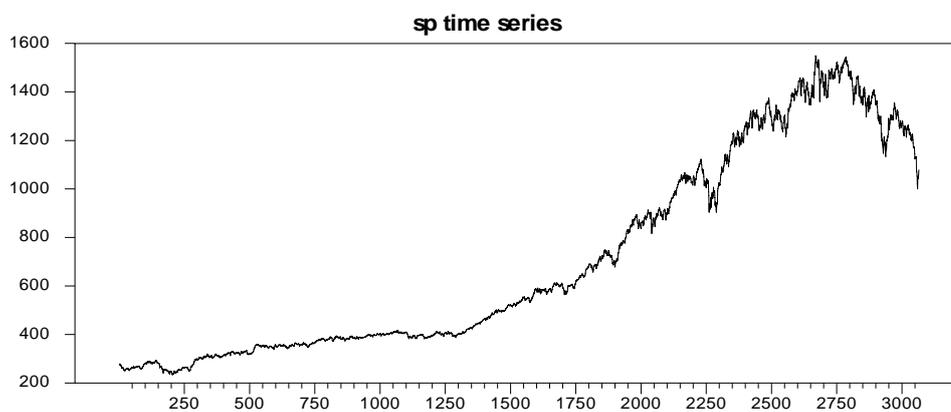
4. 結論

本報告主要在驗證非對稱模型有比較好的預測能力。在實際波動不可測下，可以使用報酬率的平方來代替，使用移動樣本組合模型估計與預測，參數估計以最大概似法與 BHHH 演算法。在條件平均、預測水平相同下，雖然結果不明顯，但經由 DM test 確認”非對稱性模型能比對稱模型更準確的描述波動”，這與一般已知情形相符合，在本報告結果中更指出 TAR-GARCH 比 EGARCH 更能準確的預測波動。

由這篇報告的結果可以考慮未來幾個方向的研究，不同預測水平與不同條件平均下結果是否一致，對稱與不對稱模型；巢狀性模型間比較(如 GJR-GARCH)結果是否一致，或是其他非對稱模型比較結果是否一致，其他比較模式優劣方法(如 VaR)..等。

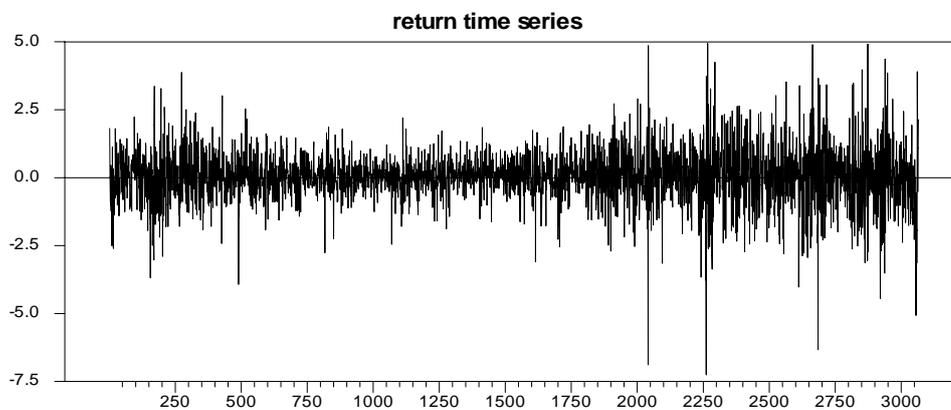
附錄 (一) 圖

圖 1. 圖為股票價格之時間序列圖



由圖顯示股票價格呈現上升趨勢且不平穩。

圖 2. 圖為報酬率之時間序列圖。



由圖顯示，股票報酬率之序列相對於股票價格序列來的平穩。

圖 3. GARCH 之波動預測圖，黑色為 r_t^2 代表實際波動線，藍色則為預測線。

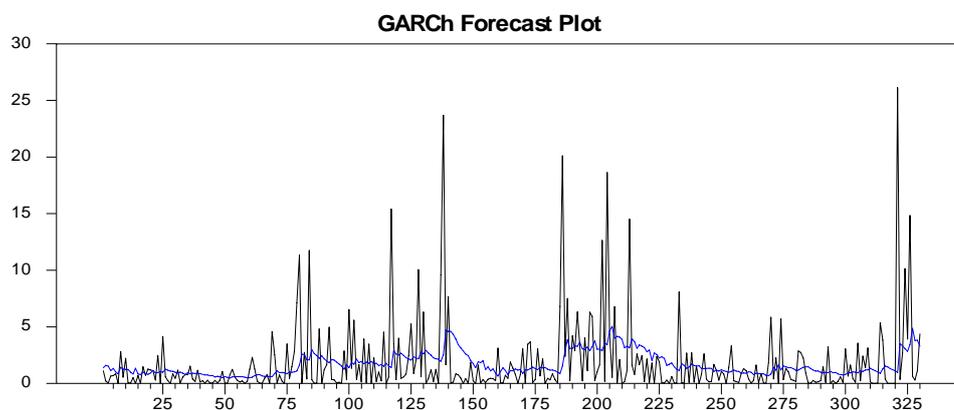


圖 4. EGARCH 之波動預測圖，黑色為 r_t^2 代表實際波動線，藍色則為預測線。

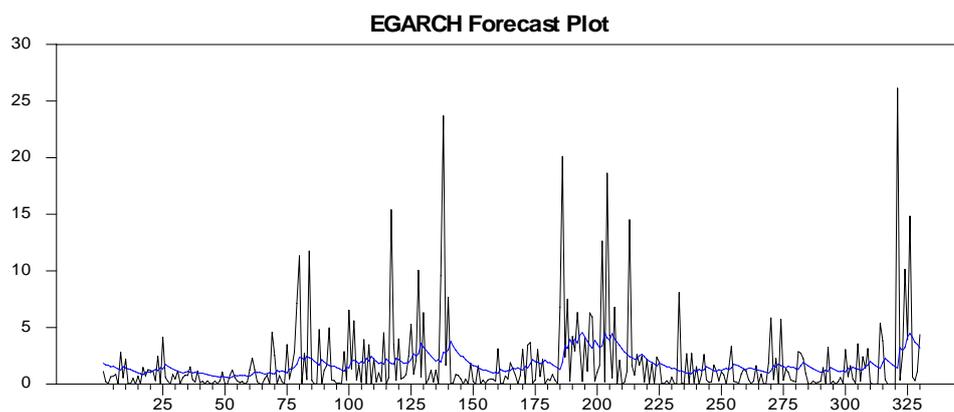
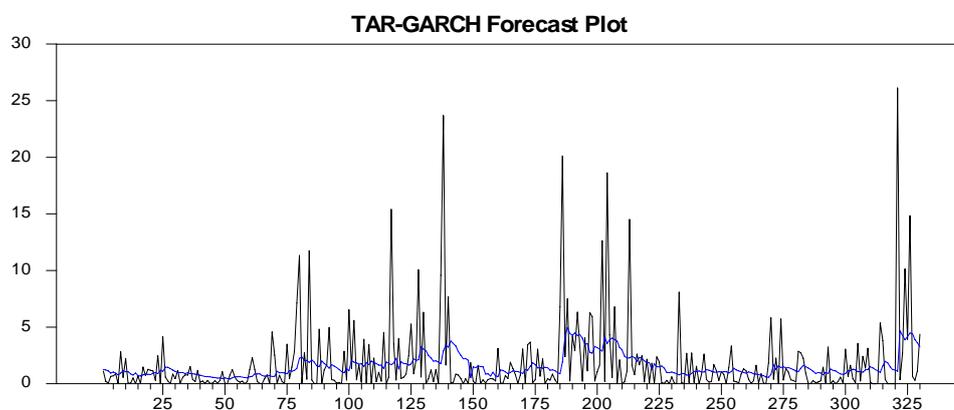


圖 5. TAR-GARCH 之波動預測圖，黑色為 r_t^2 代表實際波動線，藍色則為預測線。



由上面三個波動預測圖很難辨別預測能力的好壞，有賴其他統計檢定判定。

附錄 (二) 表

表 1. 股票價格與日報酬率之基本統計量。

	N	Mean	Variance	Skewness	Kurtosis(Exc)	Minimum	Maximum
S_t	3065	707.9301	168466.8177	0.62751	-1.14787	233.4600	1549.19
r_t	3064	0.0447	0.9826	-0.24224	4.51653	-7.2540	4.9371

表 2. S_t 與 r_t 兩序列之 ADF 法單根檢定。

S_t		r_t	
t 統計量	P-value	t 統計量	P-value
-0.782592	0.8233	-53.92302	0.0001

由結果可看出 r_t 拒絕 H_0 : 有單根，為平穩時間序列。

表 3. r_t 序列之 ARCH Effect test。

Q and LM Tests for ARCH Disturbances				
Order	Q	Pr > Q	LM	Pr > LM
1	110.3657	<.0001	110.1911	<.0001
2	196.2931	<.0001	165.0361	<.0001
3	223.0719	<.0001	170.2407	<.0001
4	238.4483	<.0001	172.4744	<.0001
5	286.0438	<.0001	199.2765	<.0001
6	332.4339	<.0001	216.7605	<.0001
7	363.1395	<.0001	221.2996	<.0001
8	385.2093	<.0001	223.6441	<.0001
9	416.2167	<.0001	232.2094	<.0001
10	444.1642	<.0001	238.1915	<.0001
11	467.9694	<.0001	240.6396	<.0001
12	491.1897	<.0001	243.1787	<.0001

上述之 Q 為 Ljung-Box 統計量，LM 為 Lagrange multiplier 檢定統計量，P-value 皆小於 0.0001，統計上顯著，存有異質變異數。

表 4. 不對稱檢定。

診斷檢定方法	SBT	NSBT	PSBT	JT
統計量	2.7849	-10.1521	0.1697	118.5579
P-value	0.0053	0.0000	0.8652	0.0000

上述由 Engle 與 Ng (1993) 提出檢定波動是否存有非對稱性之方法，SBT 代表符號偏誤檢定、NSBT 為負程度偏誤檢定、PSBT 為正程度偏誤檢定與 JT 聯合檢定。SBT、NSBT、PSBT 為 t 統計量，JT 則為卡方自由度 3 統計量。

表 5. 各模型之參數估計表。

模型	(1) (AR(1)-GARCH(1,1))	(2) (AR(1)-EGARCH(1,1))	(3) (AR(1)-TAR-GARCH(1,1))
$\hat{\phi}_0 =$	0.0513 (0.0149)	0.0274 (0.0142)	0.0318 (0.0145)
$\hat{\phi}_1 =$	0.0613 (0.0204)	0.0677 (0.0197)	0.0674 (0.0203)
$\hat{\alpha}_0 =$	0.0231 (0.0036)	0.0016 (0.0019)	
$\hat{\alpha}_1 =$	0.0975 (0.0091)	0.1176 (0.0101)	
$\hat{\beta}_1 =$	0.8825 (0.0109)	0.9815 (0.0023)	
$\hat{\theta} =$		0.81741 (0.0993)	
$\hat{\alpha}_0^{(1)} =$			0.0567 (0.0091)
$\hat{\alpha}_1^{(1)} =$			0.1373 (0.0121)
$\hat{\beta}_1^{(1)} =$			0.8526 (0.0121)
$\hat{\alpha}_0^{(2)} =$			-0.0567 (0.0091)
$\hat{\alpha}_1^{(2)} =$			-0.1211 (0.0134)
$\hat{\beta}_1^{(2)} =$			0.0736 (0.0135)

表 6. 各模型之模式適合檢定。

Diagnostic Checking (Ljung-Box Q-Statistics)			
模型	(1) (AR(1)-GARCH(1,1))	(2) (AR(1)-EGARCH(1,1))	(3) (AR(1)-TAR-GARCH(1,1))
(Q)			
Q(5)	8.7504(.1194)	10.1138(.0720)	8.6197(.1252)
Q(10)	11.6104(.3119)	14.4409(.1538)	12.7553(.2376)
Q(15)	26.0930(.0370)	27.7067(.0234)	26.0137(.0378)
Q(20)	28.8554(.0906)	30.0021(.0698)	28.4634(.0988)
(Q ²)			
Q(5)	3.8474(.5715)	2.3900(.7929)	3.7610(.5843)
Q(10)	9.3940(.4951)	3.6504(.9617)	4.7843(.9051)
Q(15)	13.8940(.5335)	10.5161(.7860)	9.5322(.8480)
Q(20)	18.1166(.5797)	13.8424(.8383)	12.7472(.8879)
(Q)			
Q(5)	6.9823(.2219)	10.3048(.0670)	11.4106(.0438)
Q(10)	12.7081(.2404)	16.8744(.0771)	18.0328(.0544)
Q(15)	16.1508(.3721)	20.5445(.1520)	21.8765(.1110)
Q(20)	21.4708(.3699)	25.2042(.1937)	31.4506(.0495)

Q(·)為標準化殘差 \tilde{a}_t 之 Q-統計量，Q²(·)為標準化殘差平方之 Q-統計量，|Q|(·)為標準化殘差絕對值之 Q-統計量，“·”為落後期數，其中 $\tilde{a}_t = a_t / \hat{\sigma}_t$ 。

表 7. GARCH v.s. EGARCH 之 DM 檢定。

1.		2.	
H_0 : 預測能力一樣準確		H_0 : 預測能力一樣準確	
H_a : GARCH 比 EGARCH 準確預測波動		H_a : EGARCH 比 GARCH 準確預測波動	
以 MSE 為基準之 DM test			
DM 統計量	3.12417	DM 統計量	-3.12417
P-value	0.99911	P-value	0.0009 < 0.01
以 MAE 為基準之 DM test			
DM 統計量	0.85830	DM 統計量	-0.85830
P-value	0.80464	P-value	0.19536
MSE_{GARCH}	10.89046	MSE_{EGARCH}	10.31494
$RMSE_{GARCH}$	3.30007	$RMSE_{EGARCH}$	3.21169
MAE_{GARCH}	1.83838	MAE_{EGARCH}	1.81717

由表知，在以 MSE 為基準下的 DM test 結果顯示 EGARCH 的預測波動能力比 GARCH 還要佳，但以 MAE 為基準下的 DM test 結果顯示兩者沒有顯著的差別。

表 8. GARCH v.s. TAR-GARCH 之 DM 檢定。

1.		2.	
H_0 : 預測能力一樣準確		H_0 : 預測能力一樣準確	
H_a : GARCH 比 TAR-GARCH 準確預測波動		H_a : TAR-GARCH 比 GARCH 準確預測波動	
以 MSE 為基準之 DM test			
DM 統計量	2.79406	DM 統計量	-2.79406
P-value	0.99740	P-value	0.0026 < 0.01
以 MAE 為基準之 DM test			
DM 統計量	3.36576	DM 統計量	-3.36576
P-value	0.99962	P-value	0.00038 < 0.01
MSE_{GARCH}	10.89046	$MSE_{TAR-GARCH}$	10.43228
$RMSE_{GARCH}$	3.30007	$RMSE_{TAR-GARCH}$	3.229904
MAE_{GARCH}	1.83838	$MAE_{TAR-GARCH}$	1.76020

由表知，在 MSE 或 MAE 為基礎下的 DM 檢定結果都明顯的指出 TAR-GARCH 預測波動的能力比 GARCH 佳。

表 9.

1.		2.	
H_0 : 預測能力一樣準確		H_0 : 預測能力一樣準確	
H_a : EGARCH 比 TAR-GARCH 準確預測波動		H_a : TAR-GARCH 比 EGARCH 準確預測波動	
以 MSE 為基準之 DM test			
DM 統計量	-1.00886	DM 統計量	1.00886
P-value	0.15652	P-value	0.84348
以 MAE 為基準之 DM test			
DM 統計量	3.10483	DM 統計量	-3.10483
P-value	0.99905	P-value	0.00095

由表知, 以 MSE 為基準下的 DM test 結果顯示兩者沒有顯著的差別, 在以 MAE 為基準下的 DM test 結果顯示 TAR-GARCH 的預測波動能力比 EGARCH 還要佳。

References

- Andersen, T.G., & Bollerslev, T., (1998). Answering the skeptics:yes, standard volatility models do provide accurate forecasts. *International Economic Review* **39**, 885-905.
- Basel M. A. Awartani, Valentina corradi, (2005). Predicting the volatility of the S&P-500 stock index via GARCH models: the role of asymmetries. *International Journal of Forecasting* **21**, 167-183.
- Berndt, E.K., Hall, B.H., Hall, R. E., and Hausman, J. A. (1974). Estimation and inference in nonlinear structure models. *Analysis of Economic and Social Measurement*, **3**, 653-665.
- Black, F., (1976). Studies of stock prices volatility changes. Proceedings of the 97th Meeting of the American Statistical Association. *Business and Economic Statistics Section*, 177-181.
- Bollerslev, T., (1986). Generalized autoregressive heteroskedasticity. *Journal of Econometrics* **31**, 307-327.
- Diebold, F. X., and Mariano, R. S., (1995). Comparing predictive accuracy. *Journal of Business and Economic Statistics* **13**, 253-263.
- Engle, R. F., (1982). Autoregressive, conditional heteroskedasticity with estimates of the variance of United Kingdom inflation. *Econometrica* **50**, 987-1007.
- Engle, R. F., and Ng, V., (1993). Measuring and testing the impact of news on volatility. *Journal of Finance* **48**, 1749-1778.
- French, K.R., Schwert, G.W., & Stambaugh, R. (1987). Expected stock returns and volatility. *Journal of Financial Economics* **19**, 3-29.
- Ljung, G. M. and Box, G. E. P. (1978). On a measure of lack of fit in time series models. *Biometrika* **65**, 297-303.
- Nelson, D. B. (1991). Conditional heteroskedasticity in asset returns: A new approach.

Econometrica **59**, 347-370.

Mandelbrot, B. B. (1963). The variation of certain speculative prices. *Journal of Business* **36**, 394-419.

Tong, H. (1983b). Threshold Models in Nonlinear Time Series Analysis, Lecture Notes in Statistics, *Springer-Verlag: New York*.

Tsay, R. S. (2001b). Analysis of Financial Time Series, *New York: Wiley*.

Zakoian, J. M., (1994). Threshold heteroskedastic models. *Journal of Economic Dynamics and Control* **18**, 931-955.