

利用等效輸出設計低硬體複雜度之光交換器

吳介騫

國立高雄第一科技大學電腦與通訊工程學系

Email: jcwu@ccms.nkfust.edu.tw

魏妙旭

高苑科技大學通識教育中心

Email: mswey@cc.kyu.edu.tw

摘要—在分波多工網路中，傳統的光交換器架構，為了達到交換非阻塞的目的，都是考量以完全排列來設計光交換器。在本論文中，我們提出：波長交換發生在同一輸出光纖是可互為等效輸出之論點，來設計光交換器。首先將光交換器的所有輸出做等效分類，讓我們的交換器能輸出每一等效分類中至少一組輸出，以維持在等效論點下的交換運作。因為光交換器所需之輸出的數目減少了，所以光交換器架構之硬體複雜度也降低了。經過分析，利用等效輸出簡化的 Beneš 光交換器，其架構之硬體複雜度確實比傳統 Beneš 光交換器的架構低很多。

關鍵詞—分波多工、光交換器、非阻塞、完全排列、等效輸出

一、簡介

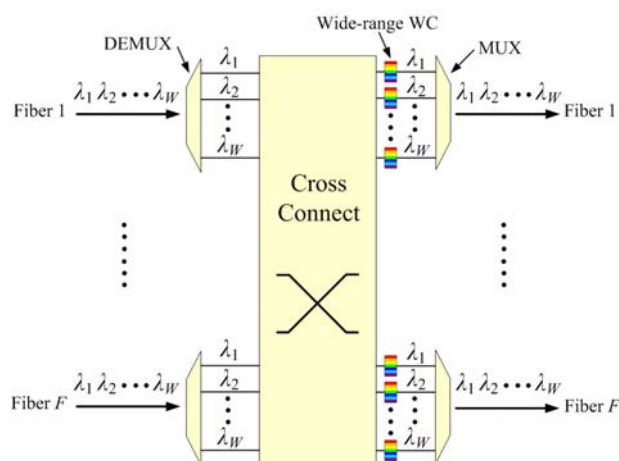
隨著大量多媒體資訊在網路上傳送，使用者對於頻寬及速度的需求也愈來愈高。高頻寬、低雜訊等特性的光纖，將是解決的最佳媒介。但是大量建置光纖網路並不是唯一的解決方式，能夠讓多個不同波長的信號都載在一條光纖中傳送的分波多工(Wavelength Division Multiplexing, WDM)[7]技術，是現行提高網路頻寬以符合此急遽增加的需求的選擇之一。

在 WDM 網路中，光交換器(optical switch)提供了連結輸入埠(input ports)與輸出埠(output ports)之間的信號交換(signal switching)之基本功能。在光交換器之架構中，主要由空間交換器(space switches)和波長轉換器(wavelength converters, WCs)所組成。空間交換器是連結輸入埠到想要的輸出埠，提供輸入信號不用波長轉換之交換功能；而 WCs 可以提供波長轉換之交換功能，即用來紓解波長連續性之限制(relax the wavelength continuity constraint)，因此能夠改善

網路的阻塞(blocking)效能[3]。

在交換器中，若具有 WCs 的架構，則稱為可波長轉換式交換器(Wavelength-convertible switch, WCSW)[6]，或稱為可交換波長式交換器(Wavelength-interchangeable cross connect, WIXC)[5]。可波長轉換式交換器架構都是採用廣域的波長轉換器(wide-range WCs)[2]或窄域的波長轉換器(limited-range WCs)；其中廣域波長轉換器有能力將輸入信號的波長轉換多種波長輸出；而窄域波長轉換器有能力將輸入信號的波長轉換為少數幾種波長輸出，所以在製造成本以及控制元件的交換狀態(switching state)，都會較廣域波長轉換器來的價格低廉且簡單。

傳統式的 WDM 光交換器架構，如圖一所示，每條光纖中載有 W 個波長，經過解多工器(DeMultiplexer, DEMUX)後，將它們輸入到交換器(cross connect)架構，因交換器架構中的元件只



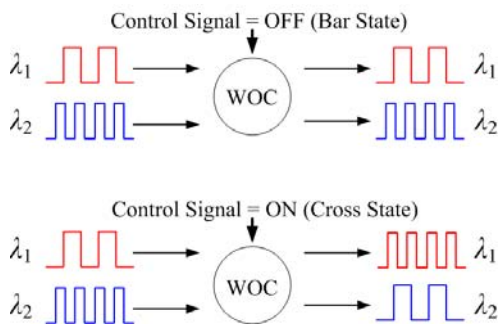
圖一：傳統式光交換器的架構

有空隙交換器，因此，為了避免交換網路發生阻塞的現象，所以必需再加上波長轉換單元，即交

接器架構的每一輸出埠都要接上 wide-range WC，最後經由多工器(Multiplexer, MUX)再送到光纖。如此一來，交換器架除了會有複雜的控制之外，還會增加波長轉換器的成本，以及龐大的交換元件數量。因此，如何在光交換器架構擴大設計後，簡化其硬體架構成為一個重要的研究方向。

有一種可以交換不同波長的新元件，稱為縱橫式光波長交換器 (Wavelength-exchanging Optical Crossbar, WOC)，能同時把信號在空間領域(space domain)和波長領域(wavelength domain)上做交換。而且 WOC 做波長交換時，交換範圍介於事先設計的固定兩波長之間，類似於固定域的波長轉換器[3][4][5]。

WOC 有兩個輸入埠、兩個輸出埠，和一個控制訊號。控制訊號會決定 WOC 的狀態，當控制訊號為 OFF 時，信號會直接通過 WOC，不會做波長交換，此狀況就像傳統式的縱橫式交換器(crossbar switch)的直接通過狀態(即 bar state)。當控制訊號為 ON 時，WOC 會同時做空間領域和波長領域的交換(即 cross state)。

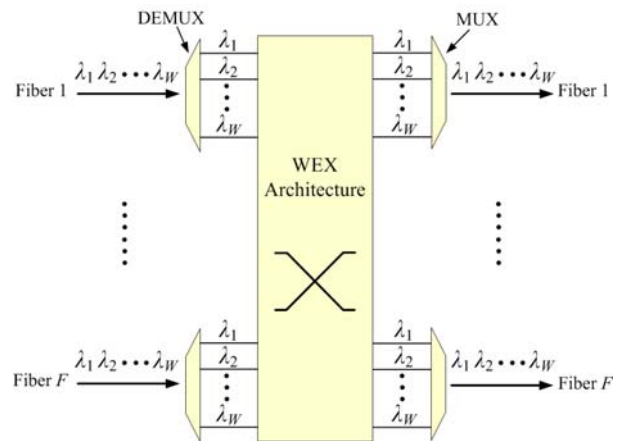


圖二：WOC 的控制功能

舉例來說，一個 WOC 的兩個輸入信號，信號 1 和信號 2 分別使用波長 λ_1 和 λ_2 ，如圖二所示，當控制訊號為 OFF 時，輸入的信號經過 WOC 後的結果是兩個信號直接通過，即信號 1 和信號 2 仍然分別在波長 λ_1 和 λ_2 上；當控制訊號為 ON 時，輸入的兩個信號經過 WOC 後的結果是，信

號 1 在波長 λ_2 上，而信號 2 在波長 λ_1 上。

Hamza [5]提出了一種新式的光交換器架構，稱為波長交換式交接器(Wavelength-Exchanging Cross Connect, WEX)架構，是由 2×2 的空間交換器及 WOCs 所組成。WEX 架構使用單一級同時執行空間交換和波長轉換的技術，將空間交換和波長轉換功能都融合設計在一起；它使用已事先設計好波長轉換範圍的 WOC 來做波長交換功能，因此不需再加額外的波長轉換單元，所以能節省額外所需的 WCs，如圖三所示；因此它能減少交換器架構的硬體複雜度(hardware complexity)、信號路徑及交換時間。



圖三：WEX 光交換器的架構

WEX 架構也和其他的傳統的交換器一樣，為了達成不阻塞(nonblocking)之交換的目的，所以它們的輸出(outputs)是考量以完全排列(full permutations)來設計；所謂完全排列是指交換器的輸出信號(output signals)是可以輸入信號(input signals)的任意排列。但為了達成此目的，付出的代價是，交換器架構必須要使用了大量的交換元件。

事實上，我們觀察到一個現象：在 WDM 的光交換器中，某些輸出是執行相同的工作(job)，例如：波長交換發生在同一輸出光纖的交換，這些輸出實際上代表的是相同的工作，所以我們可

以說這些輸出彼此是互相等效的(equivalent)。因此，我們只考慮不同輸出光纖的波長交換之輸出，而不考慮單一輸出光纖內的波長交換之輸出來設計光交換機。首先，我們將光交換器的所有輸出做等效分類，使得每一分類中的輸出都是互相等效的。其次，讓我們的光交換器能輸出每一等效分類中至少一組輸出，以維持在等效論點下的交換運作。因為光交換器的輸出個數正比於其所使用的交換元件個數，所以，利用等效輸出(equivalent outputs)的觀念來設計所有的光交換器，都將會有較低之硬體複雜度。

在本論文中，我們將只討論此設計方法在光纖個數為 2 的 Beneš WEX 架構上，藉由某些交換元件的控制信號總是一致的現象，來簡化 WEX 的架構。

本論文其他章節之組織如下：第二節我們將討論光交換器的等效輸出，在第三節我們運用等效輸出來簡化 Beneš WEX 的架構；第四節是效能分析；最後一節是結論。

二、等效輸出

1. 符號與定義

首先，我們定義 $W^\lambda(F \times F)$ 是一個 $N \times N$ 之 WEX 光交換器，它具有 F 條輸入光纖及 F 條輸出光纖、且每條光纖中都有 W 個波長，其中 $N = WF$ 。在本論文中，我們將只討論 $F = 2$ 的情形，即 $W^\lambda(2 \times 2)$ 。

我們將第 i 條光纖表示成 f_i ，第 j 個波長表示成 λ_j ；而 $\lambda_j^{f_i}$ 表示一個信號是載在第 i 條光纖的第 j 個波長上。

WEX 架構隨著輸入埠的信號輸入連接位置不同，會影響架構內的使用交換元件種類。依照波長或光纖為主的輸入信號擺設位置之連接方式，我們可將 WEX 架構分為波長基礎型式(wavelength-based type)與光纖基礎型式(fiber-based type)的兩種輸入信號連接方式類型 [2][4] 來探討；其中，波長基礎型式的輸入埠連

接方式，是將同一條光纖內的所有波長依序排在一起，並按照光纖順序排列下來；而光纖基礎型式的輸入埠連接方式，是將不同光纖中的相同波長依序排在一起，並按照波長順序排列下來。

在光交換器架構中，我們標記一個 2×2 的空間交換元件(space switch element)為 SSE；另外，我們稱 SSE 及 WOC 都是交換元件。而交換元件是由架構的左至右、上至下依序編號。

光交換器的一個輸出，它可以是輸入信號的某一組排列。我們將 N 個輸入信號依序編號為 $1, 2, \dots, N$ 。並令 $X = [1, 2, 3, \dots, N]^t$ 為代表輸入信號依序抵達光交換器的輸入埠之輸入向量。並設 $Y = [\pi_1, \pi_2, \dots, \pi_N]^t$ 是一個輸出的排列向量，其中 $\pi_i \in \{1, 2, 3, \dots, N\}$ 。

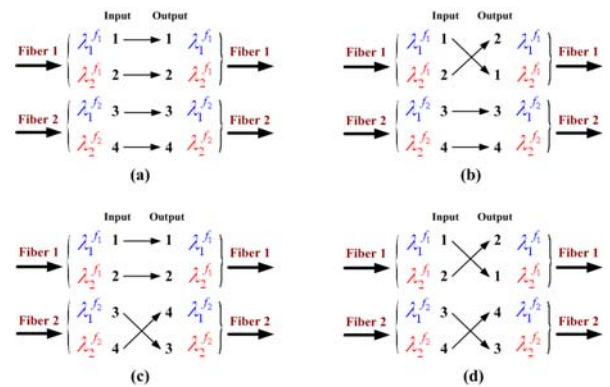
將一矩陣的每一行的所有元素相加所形成的列向量，稱為行總合。例如，

$$A = \begin{bmatrix} 1 & 2 & 3 \\ 4 & 5 & 6 \end{bmatrix},$$

則其行總合為 $[5, 7, 9]$ 。

2. 等效輸出的分類

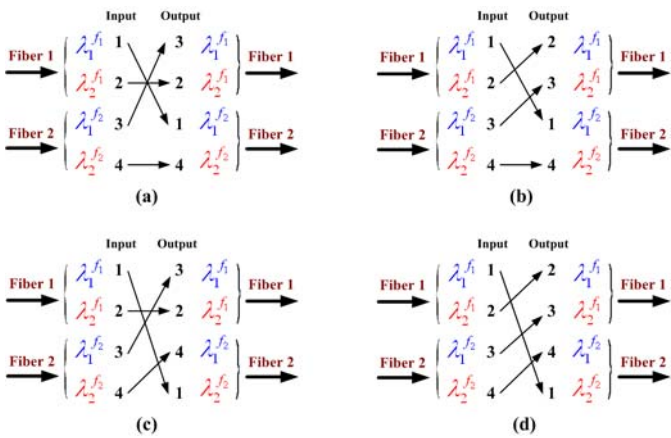
在 WDM 網路的光交換器之輸出中，我們發現到：如果將發生在同一輸出光纖的信號做交換所得的輸出，實際上這些輸出代表的是相同的工作，所以它們彼此是互相等效的，因此，我們稱這些輸出是等效輸出。



圖四： $2^\lambda(2 \times 2)$ 波長基礎型式中，直接通過的 4 個等效輸出

我們來看看 $2^\lambda(2 \times 2)$ 波長基礎型式的 3 個例子。首先，在圖四中，4 種輸出向量： $[1, 2, 3, 4]^t$ 、 $[2, 1, 3, 4]^t$ 、 $[1, 2, 4, 3]^t$ 及 $[2, 1, 4, 3]^t$ 中，信號 1 及信號 2 都是要到第 1 條光纖去，即它們的目的地是相同的，因此輸出時用哪一個波長是不重要的；同理，信號 3 及信號 4 都是要到第 2 條光纖去，它們的目的地也是相同的，因此輸出時用哪一個波長也是不重要的。所以這 4 種輸出都是屬於信號直接通過，即這 4 種是等效的輸出。

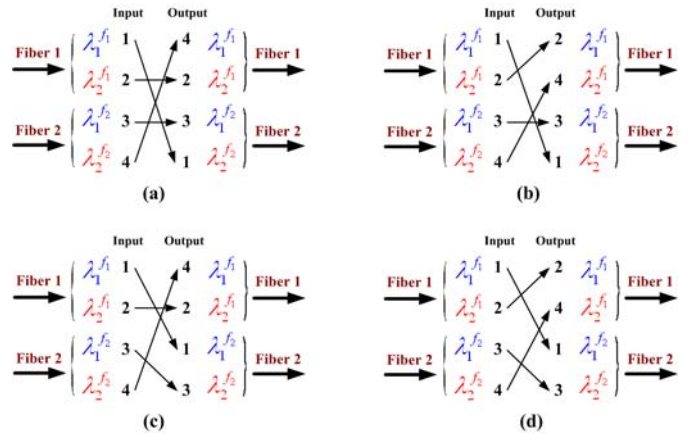
接著，是同波長交換的輸出。在圖五中，4 種輸出向量： $[3, 2, 1, 4]^t$ 、 $[2, 3, 1, 4]^t$ 、 $[3, 2, 4, 1]^t$ 及 $[2, 3, 4, 1]^t$ 中，信號 2 及信號 3 都要是到第 1 條光纖去，即它們的目的地是相同的，因此輸出時用哪一個波長是不重要的；同理，信號 1 及信號 4 都是要到第 2 條光纖去，它們的目的地也是相同的，因此輸出時用哪一個波長也是不重要的。所以這 4 種輸出都是屬於 2 個波長 1 交換的輸出，即這 4 種是等效的輸出。



圖五： $2^\lambda(2 \times 2)$ 波長基礎型式中，波長 1 交換的 4 個等效輸出

最後，是不同波長交換的輸出。在圖六中，4 種輸出向量： $[4, 2, 3, 1]^t$ 、 $[2, 4, 3, 1]^t$ 、 $[4, 2, 1, 3]^t$ 及 $[2, 4, 1, 3]^t$ 中，信號 2 及信號 4 都是要到第 1 條光纖去，即它們的目的地是相同的，因此輸出時用哪一個波長是不重要的；同理，信號 1 及信號 3 都是要到第 2 條光纖去，它們的目的地也是

相同的，因此輸出時用哪一個波長也是不重要的。所以這 4 種輸出都是屬於信號 1 及信號 4 交換的輸出，即這 4 種是等效的輸出。



圖六： $2^\lambda(2 \times 2)$ 波長基礎型式中，2 個不同波長（信號 1 及信號 4）交換的 4 個等效輸出

因此，不論是信號直接通過、同波長的交換或不同波長的交換，發生在同一輸出光纖的信號做交換所得的輸出，都是等效的輸出。

在 $W^\lambda(2 \times 2)$ 中，因每一光纖中有 W 個波長，所以在每一輸出光纖的信號排列有 $W!$ 種，其中 $W! = 1 \times 2 \times \dots \times W$ ；因此，根據乘法原理，每一分類中共有 $(W!)^2$ 個等效輸出。而架構原來所有的輸出有 $(2W)!$ 個，所以共可分成 $(2W)! / (W!)^2 = C_W^{2W}$ 類的等效輸出。詳細的等效分類步驟如下：

- (1) 針對每條光纖中要交換之數目 n , n 從 0 到 W :
 - (a) 在 f_1 光纖的輸入信號編號中，列出取 n 個號碼的所有組合之集合： $F_{1,1}, F_{1,2}, \dots, F_{1,m}$ ，其中 $m = C_n^W$ 及 $F_{1,i} = \{x_1^i, x_2^i, \dots, x_n^i\}$, $i = 1, 2, \dots, m$ ，而 $x_1^i, x_2^i, \dots, x_n^i$ 是 f_1 光纖的輸入信號編號；
 - (b) 在 f_2 光纖的輸入信號編號中，列出取 n 個號碼的所有組合之集合： $F_{2,1}, F_{2,2}, \dots, F_{2,m}$ ，其中 $m = C_n^W$ 及 $F_{2,j} = \{y_1^j, y_2^j, \dots, y_n^j\}$, $j = 1, 2, \dots, m$ ，而 $y_1^j, y_2^j, \dots, y_n^j$ 是 f_2 光纖的輸入信號編號；

(c) 針對 $F_{1,i}$, i 從 1 到 C_n^W :

針對 $F_{2,j}$, j 從 1 到 C_n^W :

(i) 令 $Y = [1, 2, \dots, 2W]$;

(ii) 在 $F_{1,i}$ 及 $F_{2,j}$ 中, 若有存在同波長對應之信號編號 $x_{k_1}^i$ 和 $y_{k_2}^j$, 則將 Y 中的 $x_{k_1}^i$ 和 $y_{k_2}^j$ 做對調, 並將 $x_{k_1}^i$ 和 $y_{k_2}^j$ 分別從 $F_{1,i}$ 及 $F_{2,j}$ 中移除 ;

(iii) 每次在 $F_{1,i}$ 及 $F_{2,j}$ 分別取最小的數字 x_{\min}^i 和 y_{\min}^j , 將 Y 中的 x_{\min}^i 和 y_{\min}^j 做對調, 並將 x_{\min}^i 和 y_{\min}^j 分別從 $F_{1,i}$ 及 $F_{2,j}$ 中移除 ; 直到 $F_{1,i}$ 及 $F_{2,j}$ 是空集合 ;

(iv) 則 Y 即是一個代表輸出 ;

(2) 每一代表輸出 Y 中,

(a) 將輸出光纖 f_1 中的信號編號, 列出它們所有可能之排列的集合: $P_{1,1}, P_{1,2}, \dots, P_{1,W}$;

(b) 將輸出光纖 f_2 中的信號編號, 列出它們所有可能之排列的集合: $P_{2,1}, P_{2,2}, \dots, P_{2,W}$;

(c) 針對 $P_{1,i}$, i 從 1 到 W ! :

針對 $P_{2,j}$, j 從 1 到 W ! :

將 $P_{1,i}$ 及 $P_{2,j}$ 內的數字依序取出並排成一列向量, 則此向量即是 Y 的一個等效輸出。

我們以 $2^\lambda(2 \times 2)$ 的波長基礎型式來說明。輸入向量為 $X = [1, 2, 3, 4]^t$, 其代表輸出有 :

(1) 交換組數為 0, 即直接通過, 代表輸出為 $Y_1 : [1, 2, 3, 4]^t$;

(2) 交換組數為 1, 即每條光纖各有一個波長要交換, 則可分成 4 類,

(a) 波長 1 交換, 代表輸出為 $Y_2 : [3, 2, 1, 4]^t$,

(b) 信號 1 與信號 4 的交換, 代表輸出為 $Y_3 : [4, 2, 3, 1]^t$,

(c) 信號 2 與信號 3 的交換, 代表輸出為 $Y_4 : [1, 3, 2, 4]^t$,

(d) 波長 2 交換, 代表輸出為 $Y_5 : [1, 4, 3, 2]^t$;

(3) 交換組數為 2, 即每條光纖各有兩個波長要交換, 代表輸出為 $Y_6 : [3, 4, 1, 2]^t$ 。

所有輸出共有 $4! = 24$ 種, 而有 6 類的代表輸出向量, 每一代表輸出向量再由輸出之同一光纖的信號可互換原則, 得到每類各有 4 個等效輸出向量。例如, 代表輸出向量 $Y_1 : [1, 2, 3, 4]^t$, 其中輸出光纖 f_1 中的信號編號是 1 及 2, 所以它們可能之排列有 $[1, 2]$ 及 $[2, 1]$, 而輸出光纖 f_2 中的信號編號是 3 及 4, 所以它們可能之排列有 $[3, 4]$ 及 $[4, 3]$; 因此根據乘法原理, 這一類的等效輸出, 共有 4 個: $[1, 2, 3, 4]^t$ 、 $[2, 1, 3, 4]^t$ 、 $[1, 2, 4, 3]^t$ 及 $[2, 1, 4, 3]^t$ 。其餘的代表輸出 Y_2 、 Y_3 、 Y_4 、 Y_5 及 Y_6 , 用同樣方式亦可求出各有 4 個等效輸出向量, 表 I 是 $2^\lambda(2 \times 2)$ 之波長基礎型式的 6 類等效輸出向量組: $Y_1, Y_2, Y_3, Y_4, Y_5, Y_6$ 。

表 I: $2^\lambda(2 \times 2)$ 之波長基礎型式的 6 類等效輸出向量組

Job 1	直接通過的向量	$Y_1 : [1, 2, 3, 4]^t, [2, 1, 3, 4]^t, [1, 2, 4, 3]^t, [2, 1, 4, 3]^t$
Job 2	交換波長 1 的向量	$Y_2 : [3, 2, 1, 4]^t, [2, 3, 1, 4]^t, [3, 2, 4, 1]^t, [2, 3, 4, 1]^t$
Job 3	信號 1 與信號 4 作波長交換和波長轉換的向量	$Y_3 : [4, 2, 3, 1]^t, [2, 4, 3, 1]^t, [4, 2, 1, 3]^t, [2, 4, 1, 3]^t$
Job 4	信號 2 與信號 3 作波長交換和波長轉換的向量	$Y_4 : [1, 3, 2, 4]^t, [3, 1, 2, 4]^t, [1, 3, 4, 2]^t, [3, 1, 4, 2]^t$
Job 5	交換波長 2 的向量	$Y_5 : [1, 4, 3, 2]^t, [4, 1, 3, 2]^t, [1, 4, 2, 3]^t, [4, 1, 2, 3]^t$
Job 6	同時交換波長 1 和波長 2 的向量	$Y_6 : [3, 4, 1, 2]^t, [4, 3, 1, 2]^t, [3, 4, 2, 1]^t, [4, 3, 2, 1]^t$

三、簡化 Beneš WEX 架構的方法

接下來, 在這一節中, 我們將運用等效輸出來簡化 $F=2$ 的 Beneš WEX 架構, 此架構將有較低的硬體複雜度。

在 Beneš WEX 架構中，有 $N \times (2 \log_2 N - 1) / 2$ 個交換元件[7]，且每個交換元件都有兩種可能的狀態，即 ON(cross state)及 OFF(bar state)；因此，在 Beneš WEX 架構中，交換元件的所有可能狀態會有 $2^{N \times (2 \log_2 N - 1) / 2}$ 種。然而，當架構擴大後，交換元件的可能狀態之總數就快速地增加；例如，當架構為 $2^\lambda(2 \times 2)$ 時，6 個交換元件，共有 2^6 種控制狀態類型；當架構為 $4^\lambda(2 \times 2)$ 時，20 個交換元件，共有 2^{20} 種控制狀態類型；當架構為 $8^\lambda(2 \times 2)$ 時，56 個交換元件，共有 2^{56} 種控制狀態類型。

因此，我們需要將光交換器的所有排列分類成多組的等效輸出，而提供每一組輸出的控制狀態類型會有很多組，但我們只需任意的挑選其中一組的控制狀態類型，就能使架構正常運作。因此，為了使 Beneš WEX 架構能達到非阻塞的目的，輸入信號經過光交換器必需滿足在每組之等效輸出中至少有一輸出成立下，設計出光交換器在各組輸出的控制狀態類型，也同時規劃出所需求的各組輸出之路徑。

另外，若有控制向量能夠提供光交換器有同一等效的輸出，則稱這些控制向量為等效控制向量。因此，一個光交換器的等效控制向量組數也會和等效輸出的組數一樣。

我們先對簡化方法中會用到的參數定義如下：

- (1) $t = C_W^{2W}$ 為光交換器之等效輸出向量的組別總數；
- (2) e 為滿足 $2^e \geq t$ (即 $e \geq \log_2 t$) 的最小整數，為光交換器所須之最少交換元件個數；
- (3) S_i 為第 i 個交換元件之控制信號，定義為

$$S_i = \begin{cases} 1, & \text{cross state} \\ 0, & \text{bar state} \end{cases};$$
- (4) $C = [S_1, S_2, \dots, S_k]$ 為控制向量，其中 $k = N \times (2 \log_2 N - 1) / 2$ ；
- (5) CM 為有 $t \times k$ 的控制矩陣，其中每一列是一個等效控制向量。

接下來，我們提出兩個簡化 Beneš WEX 架構的方法：窮舉法與夾擊法[1]。

1. 窮舉法

窮舉法是保證 Beneš WEX 架構可以找到節省最多個交換元件之方法，其詳細之步驟方法如下：

- (1) 將所有的排列向量分成 t 類的等效輸出之集合： Y_1, Y_2, \dots, Y_t ；
- (2) 將所有的控制向量分類亦分成 t 類的等效控制向量之集合： CG_1, CG_2, \dots, CG_t ，其中若控制向量 C 所提供之輸出 $Y \in Y_i$ ，則 $C \in CG_i$ ， $1 \leq i \leq t$ ；
- (3) 建構所有可形成的控制矩陣，並計算所有控制矩陣之行總合；
- (4) 在步驟(3)的所有行總合中，找出擁有最多 0 分量的行總合，及其所對應的控制矩陣；
- (5) 則此行總合中，分量為 0 的位置及個數，即代表可節省之交換元件的位置及個數，而此控制矩陣的每一列是每一等效輸出的路徑 (routing)。

窮舉法的限制在於控制矩陣數量過多時，以現行的計算速度無法找到節省最多的交換元件之個數。如 $W=2$ ，有 6 組的等效輸出，而 6 個元件共有 2^6 個控制向量，它們亦可分成對應到 6 類等效輸出的 6 類等效控制向量，各類等效控制向量之個數相乘為控制矩陣之總數，由各控制矩陣的行總合判斷比較後，可求得可節省最多交換元件之個數。但 $W=4$ 時，有 70 類的等效輸出，而 20 個元件共有 2^{20} 個控制向量，它們亦可分成對應到 70 類等效輸出的 70 類等效控制向量，各等效控制向量之個數相乘為控制矩陣的總數，要計算所有的控制矩陣之行總合，其計算量太大，無法完成。因此，當 $W > 2$ 時，我們需要其它的方法，來快速地找到可節省較交換多元件之個數。

表 II：以窮舉法簡化 $2^\lambda(2 \times 2)$ Beneš WEX 光纖基礎型式之控制矩陣

控制 向量	CM_1	CM_2	CM_3	CM_4	CM_5	CM_6	CM_7	CM_8	輸出 向量 類
	$S_1 S_2 S_3 S_4 S_5 S_6$	$S_1 S_2 S_3 S_4 S_5 S_6$	$S_1 S_2 S_3 S_4 S_5 S_6$	$S_1 S_2 S_3 S_4 S_5 S_6$	$S_1 S_2 S_3 S_4 S_5 S_6$	$S_1 S_2 S_3 S_4 S_5 S_6$	$S_1 S_2 S_3 S_4 S_5 S_6$	$S_1 S_2 S_3 S_4 S_5 S_6$	
C_1	0 0 0 0 0 0	0 0 0 0 0 0	0 0 0 0 0 0	0 0 0 0 0 0	0 0 1 0 0 0	0 0 1 0 0 0	0 0 0 1 0 0	0 0 0 1 0 0	Y_1
C_2	0 0 0 0 1 0	0 0 0 0 1 0	0 0 0 0 1 0	0 0 0 0 1 0	0 0 0 0 1 0	0 0 0 0 1 0	0 0 0 0 1 0	0 0 0 0 1 0	Y_2
C_3	0 0 0 0 0 1	0 0 0 0 0 1	0 0 0 0 0 1	0 0 0 0 0 1	0 0 0 0 0 1	0 0 0 0 0 1	0 0 0 0 0 1	0 0 0 0 0 1	Y_3
C_4	0 0 0 1 1 0	0 0 0 1 1 0	0 0 1 0 0 1	0 0 1 0 0 1	0 0 1 0 0 1	0 0 1 0 0 1	0 0 0 1 1 0	0 0 0 1 1 0	Y_4
C_5	0 0 0 1 0 1	0 0 0 1 0 1	0 0 1 0 1 0	0 0 1 0 1 0	0 0 1 0 1 0	0 0 1 0 1 0	0 0 0 1 0 1	0 0 0 1 0 1	Y_5
C_6	0 0 0 0 1 1	0 0 0 1 1 1	0 0 0 0 1 1	0 0 1 0 1 1	0 0 0 0 1 1	0 0 1 0 1 1	0 0 0 0 1 1	0 0 0 1 1 1	Y_6
Sum	0 0 0 2 3 3	0 0 0 3 3 3	0 0 2 0 3 3	0 0 3 0 3 3	0 0 3 0 3 3	0 0 4 0 3 3	0 0 0 3 3 3	0 0 0 4 3 3	

2. 夾擊法

相對於窮舉法是在 Beneš WEX 架構中找尋節省最多之交換元件的個數，夾擊法是將搜尋的控制向量之範圍縮小，因此它是有較低之計算複雜度但結果會一樣的搜尋方法；其詳細之步驟方法如下：

- (1) 將所有的排列向量分成 t 類的等效輸出之集合： Y_1, Y_2, \dots, Y_t ；
- (2) 找出滿足 $2^e \geq t$ (即 $e \geq \log_2 t$) 的最小整數 e ，及 $r =$ 架構中交換元件總數 $- e$ ；
- (3) 針對分量有 r 個 0 的控制向量 C_i ，(滿足此條件的控制向量共有 $C_r^{N(2\log_2 N-1)/2}$ 個)：
 - (a) 針對 C_i ，其中 i 從 1 到 $C_r^{N(2\log_2 N-1)/2}$ ：
 - (i) 列出與 C_i 有相同位置之 0 分量的所有控制狀態所對應的所有輸出；
 - (ii) 檢查這些輸出是否能包含全部 t 類的等效輸出；若有，每一類的等效輸出找出任意的一個控制向量，來組成控制矩陣，並計算此控制矩陣的行總合，其分量為 0 者，則表其所對應之編號的交換元件是可節省的，並計算可節省交換元件之個數，且搜尋結束；若沒有，執行下一個 C_i ；
 - (b) 若(a)中的所有 C_i 都不符合，將 r 值減 1，並重複步驟(3)。

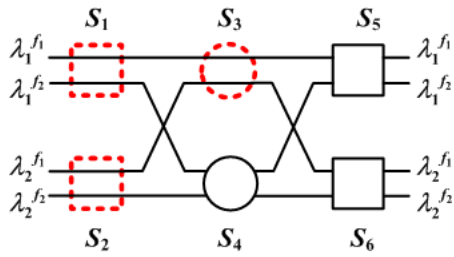
四、效能分析

在這一節中，我們將以窮舉法應用在 $2^\lambda(2 \times 2)$ 的 Beneš WEX 光纖基礎型式及波長基礎型式架構的簡化。另外，將夾擊法分別應用在 $2^\lambda(2 \times 2)$ 及 $4^\lambda(2 \times 2)$ 的 Beneš WEX 光纖基礎型式及波長基礎型式架構的簡化。

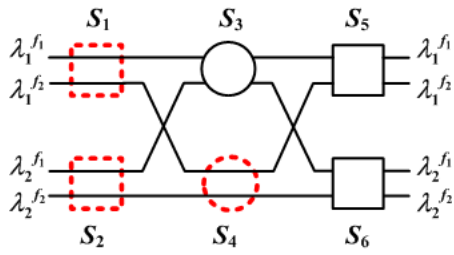
1. $2^\lambda(2 \times 2)$ Beneš WEX

首先，我們以窮舉法來簡化 $2^\lambda(2 \times 2)$ Beneš WEX 光纖基礎型式之架構。結果可得到 8 個控制矩陣，如表 II 所示，其行總合中都有最多的 3 個 0 分量，其中 CM_1 、 CM_2 、 CM_7 及 CM_8 是發生在第 1、2 及 3 個分量(即 $S_1 = S_2 = S_3 = 0$)，因此編號為 1、2 及 3 號之交換元件是可節省的；另外， CM_3 、 CM_4 、 CM_5 及 CM_6 的 3 個 0 分量是發生在第 1、2 及 4 個分量(即 $S_1 = S_2 = S_4 = 0$)，因此編號為 1、2 及 4 號之交換元件是可節省的。圖七是 $2^\lambda(2 \times 2)$ Beneš WEX 光纖基礎型式的兩種硬體簡化之情形。

另外，我們用夾擊法來簡化 $2^\lambda(2 \times 2)$ Beneš WEX 光纖基礎型式之架構。結果得到 1 個控制矩陣，如表 III 所示，其行總合中有最多的 3 個 0 分量(即 $S_1 = S_2 = S_4 = 0$)，因此編號為 1、2 及 4 之交換元件是可節省的。圖八是用夾擊法的 $2^\lambda(2 \times 2)$ Beneš WEX 光纖基礎型式之硬體簡化。



(a)



(b)

紅色虛線表可節省之交換元件

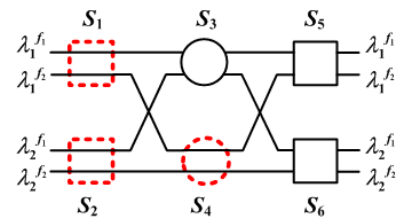
圖七：窮舉法簡化 $2^\lambda(2 \times 2)$ Beneš WEX 光纖基礎型式的兩種硬體簡化

所以，不管是用窮舉法或夾擊法來簡化 $2^\lambda(2 \times 2)$ Beneš WEX 光纖基礎型式之架構，都可以得到相同的結果，即都可以節省 3 個交換元件。

接下來，我們用窮舉法來簡化 $2^\lambda(2 \times 2)$ Beneš WEX 波長基礎型式之架構。結果可得到 8 個控制矩陣，如表 IV 所示，其行總合中都有最多的 3 個 0 分量，其中 CM_1 、 CM_2 、 CM_7 及 CM_8 是發

表 III：以夾擊法簡化 $2^\lambda(2 \times 2)$ Beneš WEX 光纖基礎型式之控制矩陣

控制 向量	CM						輸出 向量 類別
	S ₁	S ₂	S ₃	S ₄	S ₅	S ₆	
C ₁	0	0	0	0	0	0	Y ₁
C ₂	0	0	0	0	1	0	Y ₂
C ₃	0	0	0	0	0	1	Y ₃
C ₄	0	0	1	0	0	1	Y ₄
C ₅	0	0	1	0	1	0	Y ₅
C ₆	0	0	0	0	1	1	Y ₆
Sum	0	0	2	0	3	3	



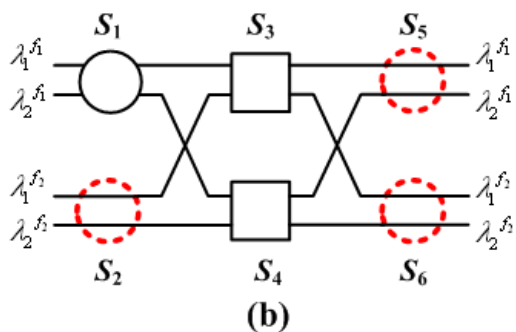
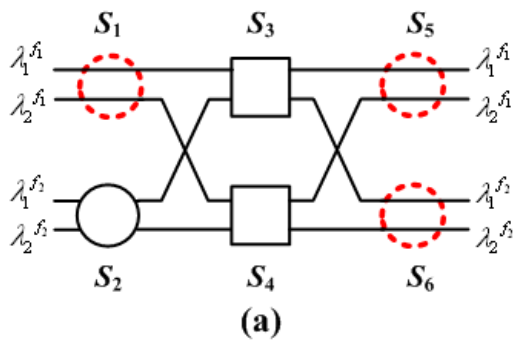
紅色虛線表可節省之交換元件

圖八：夾擊法簡化 $2^\lambda(2 \times 2)$ Beneš WEX 光纖基礎型式的硬體簡化

生在第 1、5 及 6 個分量(即 $S_1 = S_5 = S_6 = 0$)，因此編號為 1、5 及 6 號之交換元件是可節省的；另外， CM_3 、 CM_4 、 CM_5 及 CM_6 的 3 個 0 分量是發生在第 2、5 及 6 個分量(即 $S_2 = S_5 = S_6 = 0$)，因此編號為 2、5 及 6 號之交換元件是可節省的。圖九是 $2^\lambda(2 \times 2)$ Beneš WEX 波長基礎型式的兩種硬體簡化之情形。

表 IV：以窮舉法簡化 $2^\lambda(2 \times 2)$ Beneš WEX 波長基礎型式之控制矩陣

控制 向量	CM ₁		CM ₂		CM ₃		CM ₄		CM ₅		CM ₆		CM ₇		CM ₈		輸出 向量 類別														
	S ₁	S ₂	S ₃	S ₄	S ₅	S ₆	S ₁	S ₂	S ₃	S ₄	S ₅	S ₆	S ₁	S ₂	S ₃	S ₄		S ₅	S ₆												
C ₁	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	1	0	0	0	0	0	0	1	0	0	0	0	0	1	0	0	0	0	Y ₁
C ₂	0	0	0	1	0	0	0	0	1	0	0	0	0	0	1	0	0	0	0	0	1	0	0	0	0	0	1	0	0	0	Y ₂
C ₃	0	0	0	0	1	0	0	0	0	1	0	0	0	0	0	1	0	0	0	0	0	1	0	0	0	0	0	1	0	0	Y ₃
C ₄	0	1	1	0	0	0	0	1	1	0	0	0	1	0	0	1	0	0	1	0	0	1	0	0	0	1	1	0	0	0	Y ₄
C ₅	0	1	0	1	0	0	0	1	0	1	0	0	1	0	1	0	0	0	1	0	1	0	0	0	0	1	0	1	0	0	Y ₅
C ₆	0	0	1	1	0	0	0	1	1	1	0	0	1	0	1	1	0	0	1	0	1	1	0	0	0	0	1	1	0	0	Y ₆
Sum	0	2	2	3	0	0	0	3	3	3	0	0	2	0	3	3	0	0	3	0	3	3	0	0	3	0	3	3	0	0	



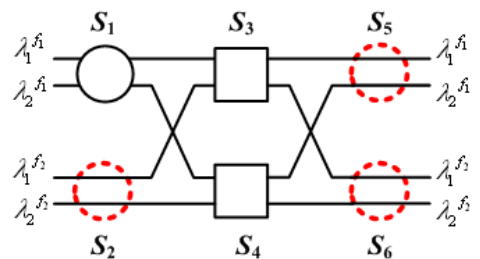
紅色虛線表可節省之交換元件

圖九：窮舉法簡化 $2^\lambda(2 \times 2)$ Beneš WEX 波長基礎型式的兩種硬體簡化

另外，我們用夾擊法來簡化 $2^\lambda(2 \times 2)$ Beneš WEX 光纖基礎型式之架構。結果可得到 1 個控制矩陣，如表 V 所示， CM 的行總合中有最多的 3 個 0 分量(即 $S_2 = S_5 = S_6 = 0$)，因此編號為 2、5 及 6 號之交換元件是可節省的。圖十是 $2^\lambda(2 \times 2)$ Beneš WEX 光纖基礎型式，以夾擊法設計出來的硬體架構簡化圖。

表 V：以夾擊法簡化 $2^\lambda(2 \times 2)$ Beneš WEX 波長基礎型式之控制矩陣

控制 向量	CM						輸出 向量 類別
	S_1	S_2	S_3	S_4	S_5	S_6	
C_1	0	0	0	0	0	0	Y_1
C_2	0	0	1	0	0	0	Y_2
C_3	1	0	0	1	0	0	Y_3
C_4	1	0	1	0	0	0	Y_4
C_5	0	0	0	1	0	0	Y_5
C_6	0	0	1	1	0	0	Y_6
Sum	2	0	3	3	0	0	



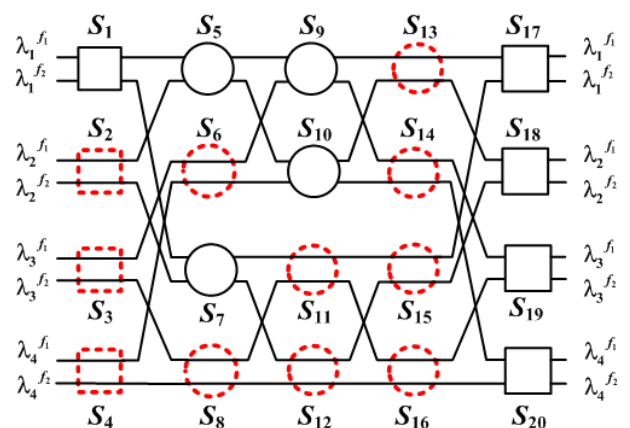
紅色虛線表可節省之交換元件

圖十：夾擊法簡化 $2^\lambda(2 \times 2)$ Beneš WEX 波長基礎型式的硬體簡化

所以，不管是用窮舉法或夾擊法來簡化 $2^\lambda(2 \times 2)$ Beneš WEX 波長基礎型式之架構，都可得到相同的結果，即都可以節省 3 個交換元件。

2. $4^\lambda(2 \times 2)$ Beneš WEX

首先，我們以夾擊法來簡化 $4^\lambda(2 \times 2)$ Beneš WEX 光纖基礎型式之架構。結果可得到 1 組控制矩陣，如表 VI 所示，在 CM 的行總合中，有最多的 11 個 0 分量(即 $S_2 = S_3 = S_4 = S_6 = S_8 = S_{11} = S_{12} = S_{13} = S_{14} = S_{15} = S_{16} = 0$)，因此編號為 2、3、4、6、8、11、12、13、14、15 及 16 號共 11 個交換元件是可節省的。圖十一是 $4^\lambda(2 \times 2)$ Beneš WEX 光纖基礎型式，以夾擊法設計出來的硬體架構簡化圖。



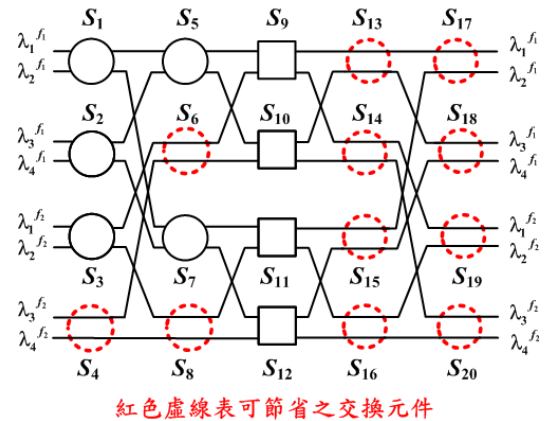
紅色虛線表可節省之交換元件

圖十一：夾擊法簡化 $4^\lambda(2 \times 2)$ Beneš WEX 波長基礎型式的硬體簡化

表 VI：以夾擊法簡化 $4^\lambda(2 \times 2)$ Beneš WEX 光纖基礎型式之控制矩陣

控制向量	輸出向量類別	控制向量	輸出向量類別
$C_1 = [0000000000000000]$	$Y_1 = [1\ 2\ 3\ 4\ 5\ 6\ 7\ 8]^t$	$C_{36} = [000000010000001100]$	$Y_{36} = [1\ 3\ 2\ 5\ 4\ 6\ 7\ 8]^t$
$C_2 = [1000000000000000]$	$Y_2 = [2\ 1\ 3\ 4\ 5\ 6\ 7\ 8]^t$	$C_{37} = [00001000000000001010]$	$Y_{37} = [1\ 3\ 2\ 4\ 6\ 5\ 7\ 8]^t$
$C_3 = [00000010000000001000]$	$Y_3 = [4\ 2\ 3\ 1\ 5\ 6\ 7\ 8]^t$	$C_{38} = [00000000110000001001]$	$Y_{38} = [1\ 3\ 2\ 4\ 8\ 6\ 7\ 5]^t$
$C_4 = [00000000100000000010]$	$Y_4 = [6\ 2\ 3\ 4\ 5\ 1\ 7\ 8]^t$	$C_{39} = [00001010000000001010]$	$Y_{39} = [1\ 2\ 4\ 3\ 6\ 5\ 7\ 8]^t$
$C_5 = [00001000010000000001]$	$Y_5 = [8\ 2\ 3\ 4\ 5\ 6\ 7\ 1]^t$	$C_{40} = [00000010110000001001]$	$Y_{40} = [1\ 2\ 4\ 3\ 8\ 6\ 7\ 5]^t$
$C_6 = [00001000000000001000]$	$Y_6 = [1\ 3\ 2\ 4\ 5\ 6\ 7\ 8]^t$	$C_{41} = [00000000010000000011]$	$Y_{41} = [1\ 2\ 6\ 4\ 8\ 3\ 7\ 5]^t$
$C_7 = [00001010000000001000]$	$Y_7 = [1\ 2\ 4\ 3\ 5\ 6\ 7\ 8]^t$	$C_{42} = [00001000010000001100]$	$Y_{42} = [1\ 3\ 2\ 7\ 5\ 6\ 4\ 8]^t$
$C_8 = [00001000100000000010]$	$Y_8 = [1\ 2\ 6\ 4\ 5\ 3\ 7\ 8]^t$	$C_{43} = [00001010110000000110]$	$Y_{43} = [1\ 3\ 2\ 4\ 5\ 7\ 6\ 8]^t$
$C_9 = [00000000010000000001]$	$Y_9 = [1\ 2\ 8\ 4\ 5\ 6\ 7\ 3]^t$	$C_{44} = [00001000000000001001]$	$Y_{44} = [1\ 3\ 2\ 4\ 5\ 6\ 8\ 7]^t$
$C_{10} = [00000000100000001000]$	$Y_{10} = [1\ 5\ 3\ 4\ 2\ 6\ 7\ 8]^t$	$C_{45} = [00001000110000000110]$	$Y_{45} = [1\ 2\ 4\ 3\ 5\ 7\ 6\ 8]^t$
$C_{11} = [00000010100000001000]$	$Y_{11} = [1\ 2\ 3\ 5\ 4\ 6\ 7\ 8]^t$	$C_{46} = [00001010000000001001]$	$Y_{46} = [1\ 2\ 4\ 3\ 5\ 6\ 8\ 7]^t$
$C_{12} = [00000000000000000010]$	$Y_{12} = [1\ 2\ 3\ 4\ 6\ 5\ 7\ 8]^t$	$C_{47} = [00001000100000000011]$	$Y_{47} = [1\ 2\ 6\ 4\ 5\ 3\ 8\ 7]^t$
$C_{13} = [10001000110000001001]$	$Y_{13} = [1\ 2\ 3\ 4\ 8\ 6\ 7\ 5]^t$	$C_{48} = [00000000110000001100]$	$Y_{48} = [1\ 5\ 3\ 7\ 2\ 6\ 4\ 8]^t$
$C_{14} = [00000010010000000100]$	$Y_{14} = [1\ 7\ 3\ 4\ 5\ 6\ 2\ 8]^t$	$C_{49} = [00000010010000000110]$	$Y_{49} = [1\ 5\ 3\ 4\ 2\ 7\ 6\ 8]^t$
$C_{15} = [00000000010000000100]$	$Y_{15} = [1\ 2\ 3\ 7\ 5\ 6\ 4\ 8]^t$	$C_{50} = [00000000100000001001]$	$Y_{50} = [1\ 5\ 3\ 4\ 2\ 6\ 8\ 7]^t$
$C_{16} = [10000010110000000110]$	$Y_{16} = [1\ 2\ 3\ 4\ 5\ 7\ 6\ 8]^t$	$C_{51} = [00000000010000000110]$	$Y_{51} = [1\ 2\ 3\ 5\ 4\ 7\ 6\ 8]^t$
$C_{17} = [00000000000000000001]$	$Y_{17} = [1\ 2\ 3\ 4\ 5\ 6\ 8\ 7]^t$	$C_{52} = [00000010100000001001]$	$Y_{52} = [1\ 2\ 3\ 5\ 4\ 6\ 8\ 7]^t$
$C_{18} = [10001010000000001000]$	$Y_{18} = [2\ 1\ 4\ 3\ 5\ 6\ 7\ 8]^t$	$C_{53} = [00000000000000000011]$	$Y_{53} = [1\ 2\ 3\ 4\ 6\ 5\ 8\ 7]^t$
$C_{19} = [10001000100000000010]$	$Y_{19} = [2\ 1\ 6\ 4\ 5\ 3\ 7\ 8]^t$	$C_{54} = [10001010000000001010]$	$Y_{54} = [2\ 1\ 4\ 3\ 6\ 5\ 7\ 8]^t$
$C_{20} = [10000000010000000001]$	$Y_{20} = [2\ 1\ 8\ 4\ 5\ 6\ 7\ 3]^t$	$C_{55} = [10000010110000001001]$	$Y_{55} = [2\ 1\ 4\ 3\ 8\ 6\ 7\ 5]^t$
$C_{21} = [00000000100000000110]$	$Y_{21} = [4\ 2\ 6\ 1\ 5\ 3\ 7\ 8]^t$	$C_{56} = [10000000010000000011]$	$Y_{56} = [2\ 1\ 6\ 4\ 8\ 3\ 7\ 5]^t$
$C_{22} = [00000010010000001001]$	$Y_{22} = [4\ 2\ 8\ 1\ 5\ 6\ 7\ 3]^t$	$C_{57} = [00000010010000001011]$	$Y_{57} = [4\ 2\ 6\ 1\ 8\ 3\ 7\ 5]^t$
$C_{23} = [00000000110000000011]$	$Y_{23} = [6\ 2\ 8\ 4\ 5\ 1\ 7\ 3]^t$	$C_{58} = [10001000110000000110]$	$Y_{58} = [2\ 1\ 4\ 3\ 5\ 7\ 6\ 8]^t$
$C_{24} = [10000010100000001000]$	$Y_{24} = [2\ 1\ 3\ 5\ 4\ 6\ 7\ 8]^t$	$C_{59} = [10001010000000001001]$	$Y_{59} = [2\ 1\ 4\ 3\ 5\ 6\ 8\ 7]^t$
$C_{25} = [10000000000000000010]$	$Y_{25} = [2\ 1\ 3\ 4\ 6\ 5\ 7\ 8]^t$	$C_{60} = [10001000100000000011]$	$Y_{60} = [2\ 1\ 6\ 4\ 5\ 3\ 8\ 7]^t$
$C_{26} = [00001000110000001001]$	$Y_{26} = [2\ 1\ 3\ 4\ 8\ 6\ 7\ 5]^t$	$C_{61} = [00000000100000000111]$	$Y_{61} = [4\ 2\ 6\ 1\ 5\ 3\ 8\ 7]^t$
$C_{27} = [00000010000000001010]$	$Y_{27} = [4\ 2\ 3\ 1\ 6\ 5\ 7\ 8]^t$	$C_{62} = [10000000010000000110]$	$Y_{62} = [2\ 1\ 3\ 5\ 4\ 7\ 6\ 8]^t$
$C_{28} = [00001010110000001001]$	$Y_{28} = [4\ 2\ 3\ 1\ 8\ 6\ 7\ 5]^t$	$C_{63} = [10000010100000001001]$	$Y_{63} = [2\ 1\ 3\ 5\ 4\ 6\ 8\ 7]^t$
$C_{29} = [00001000010000000011]$	$Y_{29} = [6\ 2\ 3\ 4\ 8\ 1\ 7\ 5]^t$	$C_{64} = [10000000000000000011]$	$Y_{64} = [2\ 1\ 3\ 4\ 6\ 5\ 8\ 7]^t$
$C_{30} = [10000000010000000100]$	$Y_{30} = [2\ 1\ 3\ 7\ 5\ 6\ 4\ 8]^t$	$C_{65} = [00000010000000001011]$	$Y_{65} = [4\ 2\ 3\ 1\ 6\ 5\ 8\ 7]^t$
$C_{31} = [00000010110000000110]$	$Y_{31} = [2\ 1\ 3\ 4\ 5\ 7\ 6\ 8]^t$	$C_{66} = [00001000010000001110]$	$Y_{66} = [1\ 3\ 2\ 5\ 4\ 7\ 6\ 8]^t$
$C_{32} = [10000000000000000001]$	$Y_{32} = [2\ 1\ 3\ 4\ 5\ 6\ 8\ 7]^t$	$C_{67} = [00000000100000001101]$	$Y_{67} = [1\ 3\ 2\ 5\ 4\ 6\ 8\ 7]^t$
$C_{33} = [00000000110000000110]$	$Y_{33} = [4\ 2\ 3\ 1\ 5\ 7\ 6\ 8]^t$	$C_{68} = [00001000000000001011]$	$Y_{68} = [1\ 3\ 2\ 4\ 6\ 5\ 8\ 7]^t$
$C_{34} = [00000010000000001001]$	$Y_{34} = [4\ 2\ 3\ 1\ 5\ 6\ 8\ 7]^t$	$C_{69} = [00001010000000001011]$	$Y_{69} = [1\ 2\ 4\ 3\ 6\ 5\ 8\ 7]^t$
$C_{35} = [00000000100000000011]$	$Y_{35} = [6\ 2\ 3\ 4\ 5\ 1\ 8\ 7]^t$	$C_{70} = [10001010000000001011]$	$Y_{70} = [2\ 1\ 4\ 3\ 6\ 5\ 8\ 7]^t$
Column Sum = [20 0 0 0 26 0 26 0 30 30 0 0 0 0 0 0 35 19 35 35]			

最後，我們以夾擊法來簡化 $4^\lambda(2 \times 2)$ Beneš WEX 波長基礎型式之架構。結果可得到 1 組控制矩陣，如表 VII 所示，在 CM 的行總合中，有最多的 11 個 0 分量(即 $S_4 = S_6 = S_8 = S_{13} = S_{14} = S_{15} = S_{16} = S_{17} = S_{18} = S_{19} = S_{20} = 0$)，因此編號為 4、6、8、13、14、15、16、17、18、19 及 20 號共 11 個交換元件是可節省的。圖十二是 $4^\lambda(2 \times 2)$ Beneš WEX 波長基礎型式，以夾擊法設計出來的硬體架構簡化圖。



紅色虛線表可節省之交換元件

圖十二：夾擊法簡化 $4^\lambda(2 \times 2)$ Beneš WEX 波長基礎型式的硬體簡化

表 VII：以夾擊法簡化 $4^k(2 \times 2)$ Beneš WEX 波長基礎型式之控制矩陣

控制向量	輸出向量類別	控制向量	輸出向量類別
$C_1 = [000000000000000000]$	$Y_1 = [1\ 2\ 3\ 4\ 5\ 6\ 7\ 8]^t$	$C_{36} = [000010001010000000]$	$Y_{36} = [1\ 6\ 5\ 4\ 3\ 2\ 7\ 8]^t$
$C_2 = [000000001000000000]$	$Y_2 = [5\ 2\ 3\ 4\ 1\ 6\ 7\ 8]^t$	$C_{37} = [100000001100000000]$	$Y_{37} = [1\ 5\ 7\ 4\ 2\ 6\ 3\ 8]^t$
$C_3 = [001000001000000000]$	$Y_3 = [6\ 2\ 3\ 4\ 5\ 1\ 7\ 8]^t$	$C_{38} = [110000001001000000]$	$Y_{38} = [1\ 5\ 8\ 4\ 2\ 6\ 7\ 3]^t$
$C_4 = [000010000100000000]$	$Y_4 = [7\ 2\ 3\ 4\ 5\ 6\ 1\ 8]^t$	$C_{39} = [101000001100000000]$	$Y_{39} = [1\ 6\ 7\ 4\ 5\ 2\ 3\ 8]^t$
$C_5 = [100000100001000000]$	$Y_5 = [8\ 2\ 3\ 4\ 5\ 6\ 7\ 1]^t$	$C_{40} = [111000001001000000]$	$Y_{40} = [1\ 6\ 8\ 4\ 5\ 2\ 7\ 3]^t$
$C_6 = [100000001000000000]$	$Y_6 = [1\ 5\ 3\ 4\ 2\ 6\ 7\ 8]^t$	$C_{41} = [110010000101000000]$	$Y_{41} = [1\ 8\ 7\ 4\ 5\ 6\ 3\ 2]^t$
$C_7 = [101000001000000000]$	$Y_7 = [1\ 6\ 3\ 4\ 5\ 2\ 7\ 8]^t$	$C_{42} = [010010001010000000]$	$Y_{42} = [1\ 6\ 3\ 5\ 4\ 2\ 7\ 8]^t$
$C_8 = [100010000100000000]$	$Y_8 = [1\ 7\ 3\ 4\ 5\ 6\ 2\ 8]^t$	$C_{43} = [110000001100000000]$	$Y_{43} = [1\ 5\ 3\ 7\ 2\ 6\ 4\ 8]^t$
$C_9 = [000000100001000000]$	$Y_9 = [1\ 8\ 3\ 4\ 5\ 6\ 7\ 2]^t$	$C_{44} = [100000001001000000]$	$Y_{44} = [1\ 5\ 3\ 8\ 2\ 6\ 7\ 4]^t$
$C_{10} = [000010001000000000]$	$Y_{10} = [1\ 2\ 5\ 4\ 3\ 6\ 7\ 8]^t$	$C_{45} = [111000001100000000]$	$Y_{45} = [1\ 6\ 3\ 7\ 5\ 2\ 4\ 8]^t$
$C_{11} = [001010000100000000]$	$Y_{11} = [1\ 2\ 6\ 4\ 5\ 3\ 7\ 8]^t$	$C_{46} = [101000001001000000]$	$Y_{46} = [1\ 6\ 3\ 8\ 5\ 2\ 7\ 4]^t$
$C_{12} = [000000000100000000]$	$Y_{12} = [1\ 2\ 7\ 4\ 5\ 6\ 3\ 8]^t$	$C_{47} = [100010000101000000]$	$Y_{47} = [1\ 7\ 3\ 8\ 5\ 6\ 2\ 4]^t$
$C_{13} = [010000000010000000]$	$Y_{13} = [1\ 2\ 8\ 4\ 5\ 6\ 7\ 3]^t$	$C_{48} = [000010101010000000]$	$Y_{48} = [1\ 2\ 5\ 6\ 3\ 4\ 7\ 8]^t$
$C_{14} = [010010001000000000]$	$Y_{14} = [1\ 2\ 3\ 5\ 4\ 6\ 7\ 8]^t$	$C_{49} = [001000100110000000]$	$Y_{49} = [1\ 2\ 7\ 5\ 4\ 6\ 3\ 8]^t$
$C_{15} = [011010001000000000]$	$Y_{15} = [1\ 2\ 3\ 6\ 5\ 4\ 7\ 8]^t$	$C_{50} = [000010001001000000]$	$Y_{50} = [1\ 2\ 5\ 8\ 3\ 6\ 7\ 4]^t$
$C_{16} = [010000000100000000]$	$Y_{16} = [1\ 2\ 3\ 7\ 5\ 6\ 4\ 8]^t$	$C_{51} = [000000100110000000]$	$Y_{51} = [1\ 2\ 7\ 6\ 5\ 4\ 3\ 8]^t$
$C_{17} = [000000000010000000]$	$Y_{17} = [1\ 2\ 3\ 8\ 5\ 6\ 7\ 4]^t$	$C_{52} = [001010001001000000]$	$Y_{52} = [1\ 2\ 6\ 8\ 5\ 3\ 7\ 4]^t$
$C_{18} = [000000001010000000]$	$Y_{18} = [5\ 6\ 3\ 4\ 1\ 2\ 7\ 8]^t$	$C_{53} = [000000001010000000]$	$Y_{53} = [1\ 2\ 7\ 8\ 5\ 6\ 3\ 4]^t$
$C_{19} = [001010000110000000]$	$Y_{19} = [5\ 7\ 3\ 4\ 1\ 6\ 2\ 8]^t$	$C_{54} = [000000001110000000]$	$Y_{54} = [5\ 6\ 7\ 4\ 1\ 2\ 3\ 8]^t$
$C_{20} = [000000101001000000]$	$Y_{20} = [5\ 8\ 3\ 4\ 1\ 6\ 7\ 2]^t$	$C_{55} = [010000001011000000]$	$Y_{55} = [5\ 6\ 8\ 4\ 1\ 2\ 7\ 3]^t$
$C_{21} = [000010000110000000]$	$Y_{21} = [7\ 6\ 3\ 4\ 5\ 2\ 1\ 8]^t$	$C_{56} = [000000101101000000]$	$Y_{56} = [5\ 8\ 7\ 4\ 1\ 6\ 3\ 2]^t$
$C_{22} = [001000010100100000]$	$Y_{22} = [8\ 6\ 3\ 4\ 5\ 2\ 7\ 1]^t$	$C_{57} = [001000101101000000]$	$Y_{57} = [8\ 6\ 7\ 4\ 5\ 2\ 3\ 1]^t$
$C_{23} = [000010100101000000]$	$Y_{23} = [7\ 8\ 3\ 4\ 5\ 6\ 1\ 2]^t$	$C_{58} = [010000001110000000]$	$Y_{58} = [5\ 6\ 3\ 7\ 1\ 2\ 4\ 8]^t$
$C_{24} = [100010001010000000]$	$Y_{24} = [5\ 2\ 6\ 4\ 1\ 3\ 7\ 8]^t$	$C_{59} = [000000001011000000]$	$Y_{59} = [5\ 6\ 3\ 8\ 1\ 2\ 7\ 4]^t$
$C_{25} = [000000001100000000]$	$Y_{25} = [5\ 2\ 7\ 4\ 1\ 6\ 3\ 8]^t$	$C_{60} = [010000101101000000]$	$Y_{60} = [5\ 7\ 3\ 8\ 1\ 6\ 2\ 4]^t$
$C_{26} = [010000001001000000]$	$Y_{26} = [5\ 2\ 8\ 4\ 1\ 6\ 7\ 3]^t$	$C_{61} = [011000101101000000]$	$Y_{61} = [7\ 6\ 3\ 8\ 5\ 2\ 1\ 4]^t$
$C_{27} = [001000001100000000]$	$Y_{27} = [6\ 2\ 7\ 4\ 5\ 1\ 3\ 8]^t$	$C_{62} = [000000101110000000]$	$Y_{62} = [5\ 2\ 7\ 6\ 1\ 4\ 3\ 8]^t$
$C_{28} = [011000001001000000]$	$Y_{28} = [6\ 2\ 8\ 4\ 5\ 1\ 7\ 3]^t$	$C_{63} = [100010001011000000]$	$Y_{63} = [5\ 2\ 6\ 8\ 1\ 3\ 7\ 4]^t$
$C_{29} = [010010000101000000]$	$Y_{29} = [8\ 2\ 7\ 4\ 5\ 6\ 3\ 1]^t$	$C_{64} = [000000001101000000]$	$Y_{64} = [5\ 2\ 7\ 8\ 1\ 6\ 3\ 4]^t$
$C_{30} = [110010001010000000]$	$Y_{30} = [5\ 2\ 3\ 6\ 1\ 4\ 7\ 8]^t$	$C_{65} = [001000001101000000]$	$Y_{65} = [6\ 2\ 7\ 8\ 5\ 1\ 3\ 4]^t$
$C_{31} = [010000001100000000]$	$Y_{31} = [5\ 2\ 3\ 7\ 1\ 6\ 4\ 8]^t$	$C_{66} = [100000101110000000]$	$Y_{66} = [1\ 6\ 7\ 5\ 4\ 2\ 3\ 8]^t$
$C_{32} = [000000001001000000]$	$Y_{32} = [5\ 2\ 3\ 8\ 1\ 6\ 7\ 4]^t$	$C_{67} = [000010001011000000]$	$Y_{67} = [1\ 6\ 5\ 8\ 3\ 2\ 7\ 4]^t$
$C_{33} = [011000001100000000]$	$Y_{33} = [6\ 2\ 3\ 7\ 5\ 1\ 4\ 8]^t$	$C_{68} = [100000001101000000]$	$Y_{68} = [1\ 5\ 7\ 8\ 2\ 6\ 3\ 4]^t$
$C_{34} = [001000001001000000]$	$Y_{34} = [6\ 2\ 3\ 8\ 5\ 1\ 7\ 4]^t$	$C_{69} = [101000001101000000]$	$Y_{69} = [1\ 6\ 7\ 8\ 5\ 2\ 3\ 4]^t$
$C_{35} = [000010000101000000]$	$Y_{35} = [7\ 2\ 3\ 8\ 5\ 6\ 1\ 4]^t$	$C_{70} = [000000001111000000]$	$Y_{70} = [5\ 6\ 7\ 8\ 1\ 2\ 3\ 4]^t$
Column Sum = [20 20 20 0 22 0 14 0 51 35 19 35 0 0 0 0 0 0 0 0]			

表 VIII：各種 Beneš 光交換器使用交換元件之比較表

架構種類 架構規模	傳統 Beneš				Beneš WEX				簡化之 Beneš WEX			
	SSE	WOC	WC	Total	SSE	WOC	WC	Total	SSE	WOC	WC	Total
$2^k(2 \times 2)$ 光纖基礎型式	6	0	4	10	4	2	0	6	2	1	0	3
$2^k(2 \times 2)$ 波長基礎型式	6	0	4	10	2	4	0	6	2	1	0	3
$4^k(2 \times 2)$ 光纖基礎型式	20	0	8	28	8	12	0	20	5	3	0	9
$4^k(2 \times 2)$ 波長基礎型式	20	0	8	28	4	16	0	20	4	5	0	9

五、結論

我們提出了利用波長交換發生在同一輸出光纖的信號交換可互為等效之論點，也就是等效輸出之觀念，它可以使得光交換器需要的輸出個數減少了，而架構仍能正常的運作，因此將它運用在光交換器的設計上，可以有較低之硬體複雜度。

我們利用等效輸出的觀念來簡化 Beneš WEX 的架構，確實能節省更多的交換元件個數。經過簡化後之 Beneš WEX 架構，我們發現，確

實比傳統的 Beneš 及原始的 Beneš WEX 架構，使用更少的交換元件個數，如表 VIII 所示。

六、參考文獻

- [1] 李彥進，”簡化 Spanke-Beneš 網路之波長交換式交換器架構之研究”，高雄第一科技大學電腦與通訊工程研究所，碩士論文，2009
- [2] G. Wilfong, B. Mikkelsen, C. Doerr, and M. Zirngibl, “WDM crossconnect architectures with reduced complexity,” *J. Lightw. Technol.*, vol. 17, no. 10, pp. 1732-1741, Oct. 1999
- [3] H. S. Hamza and J. S. Deogun, “Architectures for WDM Benes interconnection network with simultaneous space-wavelength switching capability”, *2nd IEEE Int. Conf. on Broadband Networks*, Oct. 2005
- [4] H.S. Hamza and J.S. Deogun, “Designing Full-Connectivity WDM Optical Interconnects with Reduced Switching and Conversion Complexity,” *IEEE Symposium on High-Performance Interconnects*, proceedings of the 14th, 2006
- [5] H. S. Hamza and J. S. Deogun, “Wavelength-exchanging cross-connect (WEX) — a new class of photonic cross-connect architectures”, *J. Lightw. Technol.*, vol. 24, no. 3, pp 1101-1111, Mar. 2006
- [6] J. M. Yates and M. P. Rumsewicz, “Wavelength converters in dynamically reconfigurable WDM networks,” *Commun. Surveys Tuts.*, vol. 2, no. 2, pp. 2-15, 2nd Quarter 1999
- [7] R. Rawaswami, K. N. Sivarajan, “*Optical networks, a practical perspective*,” Morgan Kaufmann Publishers, 2nd Edition, 2002