

# 逢甲大學學生報告 ePaper

## Kalman Filter 與統計推論模式應用於公共工程底價 價格預測之研究

作者：林正紋<sup>1</sup> 黃志偉<sup>2</sup> 陳俊宇<sup>3</sup> 胡智淵<sup>4</sup>

系級：

<sup>1</sup>逢甲大學土木工程學系助理教授

<sup>2</sup>逢甲大學土木工程學系研究所研究生

<sup>3</sup>逢甲大學土木工程學系研究所研究生

<sup>4</sup>逢甲大學土木工程學系研究所研究生

學號：<sup>2</sup>M9406413 <sup>3</sup>M9485139 <sup>4</sup>M9433394

開課老師：林正紋 老師

課程名稱：系統識別

開課系所：土木工程學系研究所

開課學年：九十四學年度 第二學期

## 摘要

營造廠商為取得公共工程承攬權，大都必須參與競標，然而參與競標並非免費的。營造廠商首先要支付圖說購買費用，經過估算後，若決定投標則還要籌一筆押標金，雖然未得標時會退還押標金，但也損失了不少利息、人力和時間。

我國公共工程招標，除採購法另有規定外，工程主辦機關需先訂定底價。若底價訂得太低，將會造成流標；訂得太高，則有浪費公帑的嫌疑，或造成得標廠商需繳交差額保證金。所以，工程主辦機關如能彙整歸納先前工程案例紀錄，來預測即將參加投標工程之底價，將可提供工程主辦機關訂定底價之參考。

本文採用 Kalman Filter 以及統計推論模式(發展出來之 Model Refinement 程序)來預測底價，進而比較兩者預測之結果與其平均相對誤差，以提供相關決策者之一參考數據。

**關鍵字：**Kalman Filter、統計推論模式、Model Refinement 程序

## 目錄

<b>Part I. Project Design</b>	<b>1</b>
<b>Part II. Data Collection and Organization</b>	<b>3</b>
<b>Part III. Data Analysis and Inference</b>	<b>6</b>
<b>Part IV. References</b>	<b>16</b>



## Part I. Project Design

### 1. 目的與動機 [1]:

營造廠商為取得公共工程承攬權，大都必須參與競標，然而參與競標並非免費的。營造廠商首先要支付圖說購買費用，經過估算後，若決定投標則還要籌一筆押標金，雖然未得標時會退還押標金，但也損失了不少利息、人力和時間。

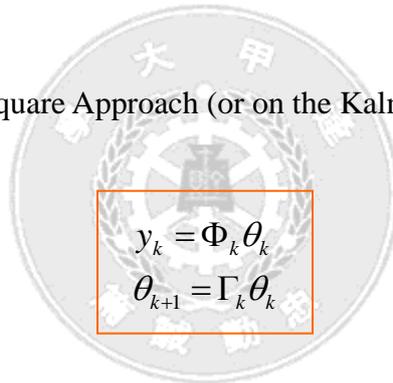
我國公共工程招標，除採購法另有規定外，工程主辦機關需先訂定底價。若底價訂得太低，將會造成流標；訂得太高，則有浪費公帑的嫌疑，或造成得標廠商需繳交差額保證金。所以，工程主辦機關如能彙整歸納先前工程案例紀錄，來預測即將參加投標工程之底價，將可提供工程主辦機關訂定底價之參考。

### 2. 方法與項目:

#### <方法一>

Base on Recursive Least-Square Approach (or on the Kalman Filter). [2]

Estimation Model :



$$\begin{aligned} y_k &= \Phi_k \theta_k \\ \theta_{k+1} &= \Gamma_k \theta_k \end{aligned}$$

$y_k$  : the measurement vector at time  $k\Delta t$      $\Phi_k$  : the observation matrix at time  $k\Delta t$

$\theta_k$  : the system's parameter vector to be estimate     $\Gamma_k$  : the system's transfer matrix

$$\begin{aligned} \hat{\theta}_{k+1} &= \Gamma(k+1, k) \hat{\theta}_k + W_{k+1} [\bar{y}_{k+1} - \Phi_{k+1} \Gamma(k+1, k) \hat{\theta}_k] \\ W_{k+1} &= \bar{G}_{k+1}^{-1} \Phi_{k+1}^T (\Phi_{k+1} \bar{G}_{k+1}^{-1} \Phi_{k+1}^T + H_{k+1}^{-1})^{-1} \\ \bar{G}_{k+1}^{-1} &= \Gamma(k+1, k) [I - W_k \Phi_k] \bar{G}_k^{-1} \Gamma^T(k+1, k) \end{aligned}$$

$W_{k+1}$  : the weighting matrix

$\bar{G}_{k+1}^{-1}$  : the adaptation gain matrix

$$\Gamma = I_{n \times n} \quad H = I_{m \times m} \quad \bar{G}_1^{-1} = 10^9 I_{n \times n} \quad \hat{\theta}_0 = 10^{-4} \{I\}_{n \times 1}$$

利用最後得到的參數帶入驗證模型以預測底價，並計算其平均相對誤差，採用 Matlab 7 及 Microsoft Excel 2003 兩套軟體做為分析工具。

## <方法二>

利用 Multiple Regression [3] 和冪級數 [4] 以及 Model Refinement 程序來預測工程之底價，採用 Stata 9 及 Microsoft Excel 2003 兩套軟體做為分析工具。

以底價金額(新台幣)為 response variable  $y$ ，履約期限(日曆天)、押標金額(新台幣)以及預算金額(新台幣)分別為 explanatory variable  $x_1$   $x_2$   $x_3$ 。

Power Series [4]： $\sum (x_1 + x_2 + x_3)^i$

二次項： $x_4 = x_1^2$ 、 $x_5 = x_2^2$ 、 $x_6 = x_3^2$ 、 $x_7 = x_1 * x_2$ 、 $x_8 = x_1 * x_3$ 、 $x_9 = x_2 * x_3$

三次項： $x_{10} = x_1^3$ 、 $x_{11} = x_2^3$ 、 $x_{12} = x_3^3$ 、 $x_{13} = x_1^2 * x_2$ 、 $x_{14} = x_1^2 * x_3$ 、

$x_{15} = x_1 * x_2^2$ 、 $x_{16} = x_2^2 * x_3$ 、 $x_{17} = x_1 * x_3^2$ 、 $x_{18} = x_2 * x_3^2$ 、 $x_{19} = x_1 * x_2 * x_3$

Model Refinement 程序之刪除項標準：依序由最高次至低次項，且由整個次方項至個別項。

1°  $R^2$ 之變化不減低 1% (即不小於或等於 0.0100)

2° 所有之 P 值變化總和降低 (即變化總和小於 0)  $\begin{cases} < 0 \Rightarrow \text{刪除} \\ \geq 0 \Rightarrow \text{保留} \end{cases}$

概要流程：

方法一：

(a) 利用 Matlab 分析出來的結果預測驗證模型之底價並計算平均相對誤差。

方法二：

(b) 考慮是否刪除線性項、觀察 P 值(依序由最高項刪至最低項)。

(c) power series 展開至三次項。

(d) 刪除三次項、(刪除個別項)。

(e) 刪除二次項、(刪除個別項)。

(f) 結論 (regression line)。

(g) 預測驗證模型之底價並計算平均相對誤差。

(h) 比較方法一與方法二之結果。

### 3. 樣本數目：

分析案例：82 筆 (開標日期自 2000/12/01 至 2002/03/31 止)。

驗證案例：30 筆 (開標日期自 2002/04/01 至 2002/05/31 止)。

## Part II. Data Collection and Organization

迴歸分析案例 (案例開標日期自2000/12/01 至2002/03/31 止)

Case	招標機關	開標日期	履約期限 (日曆天)	押標金額 (新台幣)	預算金額 (新台幣)	底價金額 (新台幣)	總決標金額 (新台幣)
1	內政部營建署中工處	2001年12月5日	20	600,000	15,060,000	13,000,000	6,358,000
2	內政部營建署中工處	2001年11月6日	30	400,000	8,200,000	6,800,000	5,190,000
3	內政部營建署中工處	2002年3月26日	60	250,000	9,150,000	7,800,000	4,630,000
4	內政部營建署中工處	2002年3月25日	60	100,000	2,140,000	1,800,000	1,150,000
5	內政部營建署中工處	2001年12月5日	60	100,000	2,610,000	2,300,000	1,717,000
6	內政部營建署中工處	2001年8月9日	60	400,000	9,900,000	8,200,000	5,430,000
7	內政部營建署中工處	2001年7月4日	60	400,000	13,630,000	11,000,000	6,890,000
8	內政部營建署中工處	2002年3月22日	80	200,000	4,270,000	2,826,800	2,826,800
9	內政部營建署中工處	2001年11月7日	90	150,000	3,520,000	3,000,000	2,170,000
10	內政部營建署中工處	2001年7月31日	120	500,000	10,560,000	8,600,000	5,750,000
11	內政部營建署中工處	2001年6月27日	120	500,000	10,610,000	9,000,000	6,610,000
12	內政部營建署中工處	2001年6月27日	120	300,000	6,920,000	5,800,000	3,520,000
13	內政部營建署中工處	2001年6月22日	150	650,000	14,190,000	12,000,000	8,800,000
14	內政部營建署中工處	2001年5月30日	150	600,000	14,780,000	12,000,000	6,880,000
15	內政部營建署中工處	2001年8月22日	160	400,000	9,140,000	7,600,000	4,410,000
16	內政部營建署中工處	2001年9月7日	180	700,000	15,500,000	13,000,000	10,700,000
17	內政部營建署中工處	2001年5月30日	150	500,000	10,200,000	8,400,000	5,350,000
18	內政部營建署北工處	2002年3月20日	30	258,000	5,138,000	4,000,000	2,380,000
19	內政部營建署北工處	2002年3月27日	30	180,000	3,592,000	2,800,000	1,535,000
20	內政部營建署北工處	2002年3月27日	30	168,000	3,338,000	2,670,000	1,392,000
21	內政部營建署北工處	2001年11月14日	30	400,000	7,984,000	6,350,000	3,870,000
22	內政部營建署北工處	2001年11月14日	70	400,000	8,638,000	7,100,000	5,680,000
23	內政部營建署北工處	2001年8月8日	120	240,000	9,559,000	7,800,000	7,380,000
24	內政部營建署北工處	2001年8月15日	180	1,400,000	28,170,000	23,900,000	21,000,000
25	內政部營建署北工處	2001年9月5日	30	40,000	1,668,000	1,500,000	768,900
26	內政部營建署北工處	2001年8月15日	30	280,000	5,633,000	4,600,000	2,685,500
27	內政部營建署東工處	2002年3月19日	30	120,000	3,714,450	3,262,000	1,560,000
28	內政部營建署東工處	2002年3月13日	30	120,000	2,778,000	2,514,000	1,780,000
29	內政部營建署東工處	2002年3月13日	30	250,000	5,552,000	5,016,000	3,735,000
30	內政部營建署東工處	2002年3月13日	30	250,000	5,555,000	5,016,000	3,660,000
31	內政部營建署東工處	2001年8月16日	30	170,000	5,903,000	5,280,000	2,450,000
32	內政部營建署東工處	2001年8月22日	60	400,000	12,073,000	10,286,000	5,760,000
33	內政部營建署東工處	2001年9月7日	200	600,000	21,207,000	18,740,000	12,300,000
34	內政部營建署南工處	2002年3月22日	15	90,000	1,876,000	1,700,000	928,000
35	內政部營建署南工處	2001年12月4日	15	220,000	4,494,000	4,200,000	1,850,000
36	內政部營建署南工處	2001年11月29日	15	110,000	2,333,000	2,100,000	1,320,000
37	內政部營建署南工處	2001年11月20日	15	90,000	1,802,000	1,600,000	630,000
38	內政部營建署南工處	2001年11月20日	15	300,000	6,155,000	5,700,000	2,330,000
39	內政部營建署南工處	2001年8月16日	15	240,000	4,809,000	4,500,000	2,100,000
40	內政部營建署南工處	2001年8月7日	15	150,000	3,052,000	2,850,000	1,560,000
41	內政部營建署南工處	2000年12月28日	15	380,000	7,870,000	7,150,000	3,940,000
42	內政部營建署南工處	2002年3月26日	20	35,000	750,000	710,000	325,600
43	內政部營建署南工處	2001年11月22日	20	450,000	9,348,000	8,600,000	4,789,000
44	內政部營建署南工處	2001年8月16日	30	260,000	5,328,000	5,000,000	2,726,000
45	內政部營建署南工處	2001年6月27日	30	500,000	11,667,000	10,500,000	5,253,000
46	內政部營建署南工處	2000年12月28日	30	500,000	10,225,000	9,300,000	5,160,000
47	內政部營建署南工處	2001年8月28日	45	190,000	3,890,000	3,700,000	2,426,000
48	內政部營建署南工處	2001年12月4日	60	270,000	5,430,000	5,100,000	3,889,000
49	內政部營建署南工處	2001年10月12日	60	390,000	7,900,000	7,500,000	4,860,000
50	內政部營建署南工處	2001年7月12日	60	120,000	2,510,000	2,400,000	1,626,000
51	內政部營建署南工處	2002年3月28日	70	370,000	7,590,000	7,000,000	4,930,000
52	內政部營建署南工處	2001年9月4日	120	690,000	13,820,000	13,100,000	8,460,000
53	內政部營建署南工處	2001年7月12日	150	1,000,000	21,030,000	19,500,000	11,880,000
54	內政部營建署南工處	2001年7月4日	150	1,100,000	23,610,000	21,800,000	16,000,000

迴歸分析案例 (案例開標日期自2000/12/01 至2002/03/31 止)

Case	招標機關	開標日期	履約期限 (日曆天)	押標金額 (新台幣)	預算金額 (新台幣)	底價金額 (新台幣)	總決標金額 (新台幣)
55	內政部營建署南工處	2001年8月2日	160	1,300,000	26,440,000	24,500,000	15,820,000
56	內政部營建署南工處	2001年9月11日	200	1,800,000	36,290,000	34,000,000	24,350,000
57	內政部營建署南工處	2001年8月28日	225	2,000,000	41,020,000	38,000,000	24,920,000
58	內政部營建署南工處	2001年11月20日	15	230,000	4,789,000	4,400,000	2,300,000
59	內政部營建署南工處	2000年12月28日	30	860,000	17,460,000	15,800,000	8,690,000
60	內政部營建署南工處	2001年1月19日	60	300,000	6,144,000	5,500,000	3,718,000
61	台糖新營廠	2000年12月22日	120	500,000	11,138,259	10,700,000	9,980,000
62	公路總局二區養工處	2001年12月7日	210	1,500,000	34,243,059	29,895,000	19,920,000
63	公路總局四區養工處	2001年5月30日	180	1,500,000	31,499,077	27,800,000	17,960,000
64	農委會水保局第一工程所	2001年3月9日	50	110,000	4,000,000	2,207,000	2,020,000
65	南投縣政府	2000年12月29日	80	60,000	1,954,000	1,858,200	1,438,000
66	南投縣政府	2001年3月28日	100	300,000	11,355,000	11,000,000	5,910,000
67	南投縣魚池鄉公所	2001年5月9日	50	60,000	1,300,000	1,230,000	748,000
68	南投縣魚池鄉公所	2001年5月9日	60	50,000	1,200,000	1,130,000	710,000
69	南投縣魚池鄉公所	2001年5月9日	120	300,000	7,500,000	7,120,000	5,280,000
70	屏東縣內埔鄉公所	2001年9月18日	75	800,000	15,820,000	12,500,000	10,950,000
71	屏東縣枋寮鄉公所	2000年12月28日	120	80,000	7,461,800	7,399,000	7,050,000
72	屏東縣政府發包中心	2001年2月27日	45	60,000	1,326,400	1,154,300	687,000
73	屏東縣政府發包中心	2000年12月29日	100	70,000	1,531,000	1,345,600	790,000
74	苗栗縣政府	2001年12月4日	250	1,400,000	33,595,400	26,880,000	24,220,000
75	高雄縣仁武鄉公所	2001年1月9日	240	850,000	16,887,180	16,700,000	11,500,000
76	雲林縣麥寮鄉公所	2001年3月20日	180	330,000	6,760,300	6,660,000	6,660,000
77	嘉義縣政府發包中心	2001年11月13日	45	100,000	3,400,000	2,890,800	2,150,000
78	嘉義縣政府發包中心	2001年11月16日	70	40,000	1,600,000	1,120,000	1,120,000
79	嘉義縣政府發包中心	2001年2月14日	75	30,000	1,200,000	1,069,700	713,000
80	彰化縣田中鎮公所	2000年12月2日	180	260,000	6,636,000	6,120,000	3,833,000
81	彰化縣田中鎮公所	2000年12月5日	210	400,000	10,048,500	9,240,000	5,768,000
82	臺南縣柳營鄉公所	2001年9月4日	240	2,000,000	41,249,000	36,000,000	29,410,000

分析案例資料來源：我國政府採購資訊公告系統 (<http://web.pcc.gov.tw/>) [5]  
 上公告之82個預算金額在新台幣五千萬元(工程採購之查核金額)以下，且訂有押標金額度之道路工程案例(工程名稱爲『道路工程』之工程)爲分析標的，  
 案例開標日期自2000/12/01至2002/03/31止。

y：底價金額(新台幣)

x1：履約期限(日曆天)

x2：押標金額(新台幣)

x3：預算金額(新台幣)

模型驗證案例 (案例開標日期自2002/04/01 至2002/05/31 止)

Case	招標機關	開標日期	履約期限 (日曆天)	押標金額 (新台幣)	預算金額 (新台幣)	底價金額 (新台幣)	總決標金額 (新台幣)
1	內政部營建署中工處	2002年4月19日	30	100,000	3,620,000	3,000,000	1,745,000
2	內政部營建署中工處	2002年4月19日	30	300,000	6,640,000	5,500,000	5,500,000
3	內政部營建署中工處	2002年5月13日	40	150,000	3,790,000	3,000,000	2,690,000
4	內政部營建署中工處	2002年4月8日	60	80,000	2,030,000	1,800,000	1,430,000
5	內政部營建署中工處	2002年5月22日	90	100,000	2,480,000	2,100,000	1,650,000
6	內政部營建署中工處	2002年5月1日	100	500,000	15,690,000	13,600,000	8,880,000
7	內政部營建署中工處	2002年5月29日	150	400,000	10,720,000	9,100,000	7,310,000
8	內政部營建署中工處	2002年5月17日	150	450,000	9,740,000	8,300,000	6,880,000
9	內政部營建署北工處	2002年4月17日	65	1,550,000	31,102,460	22,000,000	13,954,000
10	內政部營建署北工處	2002年5月15日	270	1,666,000	33,339,000	26,700,000	20,820,000
11	內政部營建署東工處	2002年4月2日	30	120,000	3,681,000	3,260,000	2,388,000
12	內政部營建署東工處	2002年4月3日	60	80,000	1,694,000	1,512,000	1,100,000
13	內政部營建署東工處	2002年4月25日	60	450,000	9,843,510	9,150,000	5,100,000
14	內政部營建署東工處	2002年5月7日	120	200,000	4,653,000	4,200,000	2,860,000
15	內政部營建署南工處	2002年5月14日	10	45,000	943,000	850,000	830,000
16	內政部營建署南工處	2002年5月9日	15	90,000	1,882,000	1,700,000	1,006,000
17	內政部營建署南工處	2002年4月18日	15	65,000	1,312,000	1,200,000	810,000
18	內政部營建署南工處	2002年4月18日	40	27,000	560,000	530,000	500,000
19	內政部營建署南工處	2002年5月9日	60	130,000	2,742,000	2,500,000	1,570,000
20	內政部營建署南工處	2002年5月7日	75	360,000	7,260,000	6,500,000	4,860,000
21	內政部營建署南工處	2002年5月24日	220	2,000,000	41,440,000	37,200,000	25,700,000
22	內政部營建署南工處	2002年4月12日	240	2,200,000	46,694,000	42,100,000	29,780,000
23	內政部營建署南工處	2002年4月23日	240	1,900,000	39,550,000	35,500,000	23,400,000
24	彰化縣田中鎮公所	2002年5月20日	90	280,000	7,142,000	6,000,000	4,420,000
25	臺南縣永康市公所	2002年5月24日	150	490,000	9,990,000	9,010,000	6,780,000
26	臺南縣永康市公所	2002年5月31日	180	770,000	15,590,000	14,100,000	9,620,000
27	臺南縣永康市公所	2002年5月17日	180	745,500	14,910,000	13,000,000	9,964,800
28	臺南縣永康市公所	2002年5月24日	210	1,100,000	23,262,000	20,500,000	14,800,000
29	臺南縣新營市公所	2002年5月7日	75	285,000	5,700,000	4,600,000	3,516,000
30	臺南縣新營市公所	2002年5月23日	180	1,300,000	27,681,000	27,000,000	19,360,000

驗證案例資料來源：我國政府採購資訊公告系統 (<http://web.pcc.gov.tw/>) [5]  
上公告之30 筆資料 (開標日期自 2002/04/01 至 2002/05/31 止)。

### Part III. Data Analysis and Inference

<方法一>

(a) Matlab分析出來之結果：

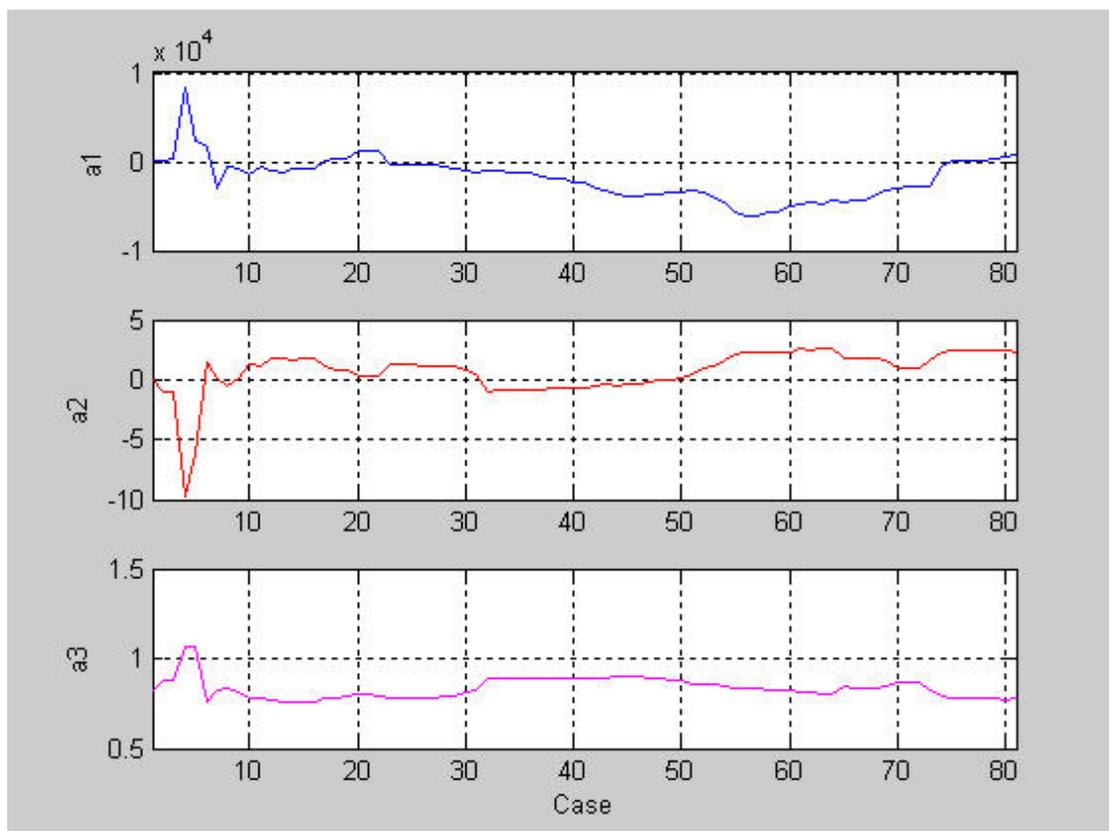


圖1

最後得到的參數(取最後一點的值)為：

$$a_1 = 743.3 \quad a_2 = 2.253 \quad a_3 = 0.7777$$

Regression Line [6] :  $\hat{y} = 743.3 * x_1 + 2.253 * x_2 + 0.7777 * x_3$

表 1. 預測驗證模型之底價並計算其平均相對誤差

Case	底價金額	預測底價	相對誤差	Case	底價金額	預測底價	相對誤差
1	3000000	3062873	2.10%	16	1700000	1677551	1.32%
2	5500000	5862127	6.58%	17	1200000	1177937	1.84%
3	3000000	3315165	10.51%	18	530000	526075	0.74%
4	1800000	1803569	0.20%	19	2500000	2469941	1.20%
5	2100000	2220893	5.76%	20	6500000	6512930	0.20%
6	13600000	13402943	1.45%	21	37200000	36897414	0.81%
7	9100000	9349639	2.74%	22	42100000	41448916	1.55%
8	8300000	8700143	4.82%	23	35500000	35217127	0.80%
9	22000000	27728848	26.04%	24	6000000	6252070	4.20%
10	26700000	29881929	11.92%	25	9010000	8984688	0.28%
11	3260000	3155373	3.21%	26	14100000	13992947	0.76%
12	1512000	1542262	2.00%	27	13000000	13408913	3.15%
13	9150000	8713746	4.77%	28	20500000	20725250	1.10%
14	4200000	4158434	0.99%	29	4600000	5130743	11.54%
15	850000	842189.1	0.92%	30	27000000	24590208	8.93%

平均相對誤差： 4.08%

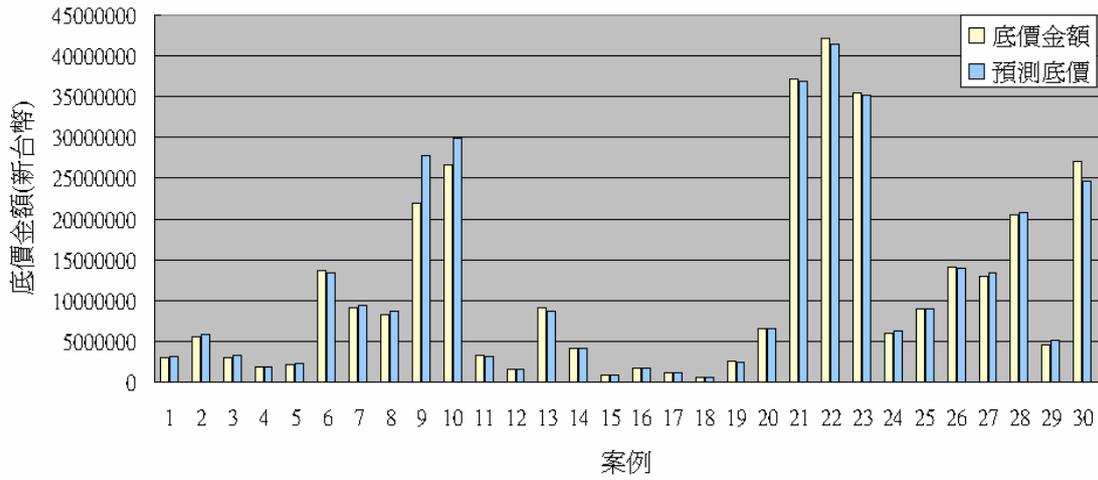


圖2 實際底價金額與預測底價金額之比較

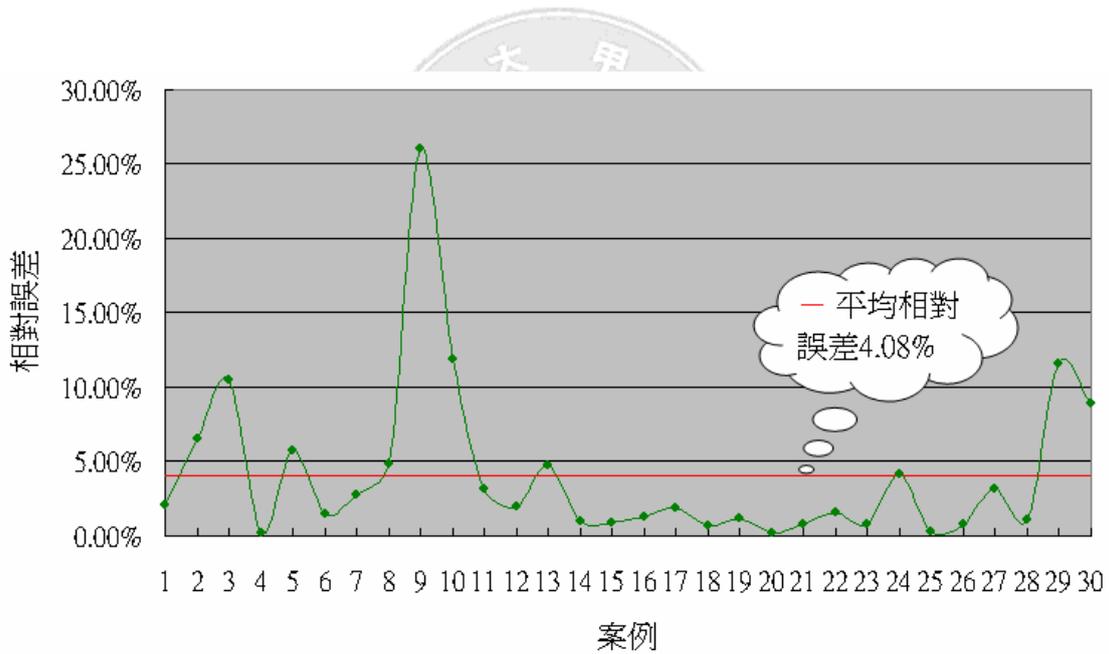


圖3 各案例之相對誤差與平均相對誤差

<方法二>

(b) 考慮是否刪除線性項：

(1) 未刪除之前

. regress y x1 x2 x3

Source	SS	df	MS			
Model	5.7848e+15	3	1.9283e+15	Number of obs =	82	
Residual	3.6753e+13	78	4.7120e+11	F( 3, 78) =	4092.30	
Total	5.8216e+15	81	7.1871e+13	Prob > F =	0.0000	
				R-squared =	0.9937	
				Adj R-squared =	0.9934	
				Root MSE =	6.9e+05	

y	Coef.	Std. Err.	t	P> t	[95% Conf. Interval]	
x1	1119.419	1724.203	0.65	0.518	-2313.206	4552.043
x2	2.185138	.9463798	2.31	0.024	.3010405	4.069236
x3	.780464	.0475624	16.41	0.000	.6857745	.8751536
_cons	-49351.26	126183	-0.39	0.697	-300562.3	201859.8

圖 4

$R^2 = 0.9937$

(2) 觀察圖 4 線性項(x1 ~ x3)的 P 值，其中 x1 之 P 值最高，因此試著刪除 x1，並觀察  $R^2$  及 P 值的變化：

. regress y x2 x3

Source	SS	df	MS			
Model	5.7846e+15	2	2.8923e+15	Number of obs =	82	
Residual	3.6952e+13	79	4.6775e+11	F( 2, 79) =	6183.52	
Total	5.8216e+15	81	7.1871e+13	Prob > F =	0.0000	
				R-squared =	0.9937	
				Adj R-squared =	0.9935	
				Root MSE =	6.8e+05	

y	Coef.	Std. Err.	t	P> t	[95% Conf. Interval]	
x2	2.080276	.929075	2.24	0.028	.2309989	3.929554
x3	.7912079	.0444272	17.81	0.000	.7027779	.879638
_cons	-14385.88	113694	-0.13	0.900	-240688.1	211916.3

圖 5

$R^2 = 0.9937$  (不變)

P 值

x 項	刪除之前	刪除之後	
x2	0.024	0.028	0.004
x3	0.000	0.000	0.000

P 值變化 0.004

P 值共提高 0.004，因此決定不刪除 x1。

(3) 觀察圖 4 線性項( $x_1 \sim x_3$ )的 P 值,其中  $x_2$  之 P 值為第二高,因此試著刪除  $x_2$ ,並觀察  $R^2$  及 P 值的變化:

```
. regress y x1 x3
```

Source	SS	df	MS			
Model	5.7823e+15	2	2.8912e+15	Number of obs =	82	
Residual	3.9265e+13	79	4.9703e+11	F( 2, 79) =	5816.87	
Total	5.8216e+15	81	7.1871e+13	Prob > F =	0.0000	
				R-squared =	0.9933	
				Adj R-squared =	0.9931	
				Root MSE =	7.1e+05	

y	Coef.	Std. Err.	t	P> t	[95% Conf. Interval]	
x1	439.9828	1744.858	0.25	0.802	-3033.069	3913.035
x3	.8867754	.0122473	72.41	0.000	.8623977	.9111531
_cons	-87134.69	128501.5	-0.68	0.500	-342910.5	168641.1

圖 6

$R^2 = 0.9933$  (降低 0.04%)

P 值

x 項	刪除之前	刪除之後	P 值變化
x1	0.518	0.802	0.284
x3	0.000	0.000	0.000

P 值共提高 0.284, 因此決定不刪除  $x_2$ 。

(4) 觀察圖 4 線性項( $x_1 \sim x_3$ )的 P 值,其中  $x_3$  之 P 值為第三高,因此試著刪除  $x_3$ ,並觀察  $R^2$  及 P 值的變化:

```
. regress y x1 x2
```

Source	SS	df	MS			
Model	5.6580e+15	2	2.8290e+15	Number of obs =	82	
Residual	1.6363e+14	79	2.0713e+12	F( 2, 79) =	1365.83	
Total	5.8216e+15	81	7.1871e+13	Prob > F =	0.0000	
				R-squared =	0.9719	
				Adj R-squared =	0.9712	
				Root MSE =	1.4e+06	

y	Coef.	Std. Err.	t	P> t	[95% Conf. Interval]	
x1	10963.4	3389.106	3.23	0.002	4217.549	17709.24
x2	17.21852	.4974722	34.61	0.000	16.22832	18.20871
_cons	260642.6	261573.8	1.00	0.322	-260007.1	781292.3

圖 7

$R^2 = 0.9719$  (降低 2.18%)

因此決定不刪除  $x_3$ 。

加回  $x_3$  :

. regress y x1 x2 x3

Source	SS	df	MS			
Model	5.7848e+15	3	1.9283e+15	Number of obs =	82	
Residual	3.6753e+13	78	4.7120e+11	F( 3, 78) =	4092.30	
Total	5.8216e+15	81	7.1871e+13	Prob > F =	0.0000	
				R-squared =	0.9937	
				Adj R-squared =	0.9934	
				Root MSE =	6.9e+05	

y	Coef.	Std. Err.	t	P> t	[95% Conf. Interval]	
x1	1119.419	1724.203	0.65	0.518	-2313.206	4552.043
x2	2.185138	.9463798	2.31	0.024	.3010405	4.069236
x3	.780464	.0475624	16.41	0.000	.6857745	.8751536
_cons	-49351.26	126183	-0.39	0.697	-300562.3	201859.8

圖 8

$R^2 = 0.9937$

(c) 展開至三次方： $\sum (x1 + x2 + x3)^3$

. regress y x1 x2 x3 x4 x5 x6 x7 x8 x9 x10 x11 x12 x13 x14 x15 x16 x17 x18 x19

Source	SS	df	MS			
Model	5.8020e+15	19	3.0537e+14	Number of obs =	82	
Residual	1.9575e+13	62	3.1573e+11	F( 19, 62) =	967.17	
Total	5.8216e+15	81	7.1871e+13	Prob > F =	0.0000	
				R-squared =	0.9966	
				Adj R-squared =	0.9956	
				Root MSE =	5.6e+05	

y	Coef.	Std. Err.	t	P> t	[95% Conf. Interval]	
x1	-5035.681	11490.63	-0.44	0.663	-28005.12	17933.76
x2	3.222389	6.679305	0.48	0.631	-10.12935	16.57413
x3	.6382556	.339899	1.88	0.065	-.0411929	1.317704
x4	-63.13804	142.7379	-0.44	0.660	-348.467	222.1909
x5	1.63e-06	.0000327	0.05	0.961	-.0000638	.000067
x6	3.78e-08	9.97e-08	0.38	0.706	-1.62e-07	2.37e-07
x7	.0164658	.1167817	0.14	0.888	-.2169775	.2499091
x8	.0010058	.0054744	0.18	0.855	-.0099373	.0119489
x9	-8.55e-07	3.57e-06	-0.24	0.811	-7.98e-06	6.27e-06
x10	.7411494	.5462918	1.36	0.180	-.3508723	1.833171
x11	4.65e-11	1.01e-10	0.46	0.648	-1.56e-10	2.49e-10
x12	-1.49e-14	1.27e-14	-1.17	0.248	-4.03e-14	1.06e-14
x13	.0007015	.0004736	1.48	0.144	-.0002453	.0016483
x14	-.000044	.000025	-1.76	0.083	-.000094	5.96e-06
x15	5.83e-07	2.79e-07	2.09	0.041	2.58e-08	1.14e-06
x16	-1.05e-11	1.47e-11	-0.71	0.479	-3.98e-11	1.89e-11
x17	1.60e-09	7.14e-10	2.24	0.029	1.71e-10	3.03e-09
x18	7.10e-13	7.33e-13	0.97	0.337	-7.56e-13	2.18e-12
x19	-6.19e-08	2.71e-08	-2.29	0.026	-1.16e-07	-7.81e-09
_cons	377776.4	325862.6	1.16	0.251	-273613.7	1029166

圖 9

$R^2 = 0.9966$

(d) 三次項

(1) 試著刪除三次項(x10 ~ x19)，並觀察 R<sup>2</sup> 及 P 值的變化：

. regress y x1 x2 x3 x4 x5 x6 x7 x8 x9

Source	SS	df	MS			
Model	5.7948e+15	9	6.4387e+14	Number of obs =	82	
Residual	2.6778e+13	72	3.7192e+11	F( 9, 72) =	1731.20	
Total	5.8216e+15	81	7.1871e+13	Prob > F =	0.0000	
				R-squared =	0.9954	
				Adj R-squared =	0.9948	
				Root MSE =	6.1e+05	

y	Coef.	Std. Err.	t	P> t	[95% Conf. Interval]	
x1	-2067.953	4792.077	-0.43	0.667	-11620.78	7484.877
x2	.9523635	2.459002	0.39	0.700	-3.949567	5.854294
x3	.8389295	.1232742	6.81	0.000	.5931868	1.084672
x4	46.36443	26.19057	1.77	0.081	-5.845525	98.57438
x5	.0000224	7.83e-06	2.86	0.005	6.81e-06	.000038
x6	3.77e-08	2.27e-08	1.66	0.101	-7.52e-09	8.29e-08
x7	.0093545	.0235892	0.40	0.693	-.0376698	.0563788
x8	-.0010067	.0011738	-0.86	0.394	-.0033467	.0013333
x9	-1.82e-06	8.28e-07	-2.19	0.032	-3.47e-06	-1.66e-07
_cons	-26742.47	199592.3	-0.13	0.894	-424622.5	371137.6

圖 10

R<sup>2</sup> = 0.9954 (降低 0.12%)

P 值

x 項	刪除之前	刪除之後	P 值
x1	0.663	0.667	0.004
x2	0.631	0.700	0.069
x3	0.065	0.000	-0.065
x4	0.660	0.081	-0.579
x5	0.961	0.005	-0.956
x6	0.706	0.101	-0.605
x7	0.888	0.693	-0.195
x8	0.855	0.394	-0.461
x9	0.811	0.032	-0.779
		P 值變化	-3.567

P 值共降低 3.567，因此決定刪除三次項。

(e) 二次項

(1) 試著刪除二次項(x4 ~ x9)，並觀察 R<sup>2</sup> 及 P 值的變化：

. regress y x1 x2 x3

Source	SS	df	MS	Number of obs = 82		
Model	5.7848e+15	3	1.9283e+15	F( 3, 78) =	4092.30	
Residual	3.6753e+13	78	4.7120e+11	Prob > F =	0.0000	
				R-squared =	0.9937	
				Adj R-squared =	0.9934	
Total	5.8216e+15	81	7.1871e+13	Root MSE =	6.9e+05	

y	Coef.	Std. Err.	t	P> t	[95% Conf. Interval]	
x1	1119.419	1724.203	0.65	0.518	-2313.206	4552.043
x2	2.185138	.9463798	2.31	0.024	.3010405	4.069236
x3	.780464	.0475624	16.41	0.000	.6857745	.8751536
_cons	-49351.26	126183	-0.39	0.697	-300562.3	201859.8

圖 11

$R^2 = 0.9937$  (降低 0.17%)

P 值

x 項	刪除之前	刪除之後	P 值變化
x1	0.667	0.518	-0.149
x2	0.700	0.024	-0.676
x3	0.000	0.000	0.000
			-0.825

P 值共降低 0.825，因此決定刪除二次項。

(f) 結論：

共刪除二次項(x4 ~ x9)及三次項(x10 ~ x19)

16 項

. regress y x1 x2 x3

Source	SS	df	MS	Number of obs = 82		
Model	5.7848e+15	3	1.9283e+15	F( 3, 78) =	4092.30	
Residual	3.6753e+13	78	4.7120e+11	Prob > F =	0.0000	
				R-squared =	0.9937	
				Adj R-squared =	0.9934	
Total	5.8216e+15	81	7.1871e+13	Root MSE =	6.9e+05	

y	Coef.	Std. Err.	t	P> t	[95% Conf. Interval]	
x1	1119.419	1724.203	0.65	0.518	-2313.206	4552.043
x2	2.185138	.9463798	2.31	0.024	.3010405	4.069236
x3	.780464	.0475624	16.41	0.000	.6857745	.8751536
_cons	-49351.26	126183	-0.39	0.697	-300562.3	201859.8

圖 12

$R^2 = 0.9937$

Regression Line [6] :  $\hat{y} = -49351.26 + 1119.419 * x1 + 2.185 * x2 + 0.780 * x3$

## (g) 預測：

表 2. 預測驗證模型之底價並計算其平均相對誤差

Case	底價金額	預測底價	相對誤差	Case	底價金額	預測底價	相對誤差
1	3000000	3.03E+06	0.93%	16	1700000	1.63E+06	3.94%
2	5500000	5.82E+06	5.86%	17	1200000	1.13E+06	5.55%
3	3000000	3.28E+06	9.37%	18	530000	4.91E+05	7.27%
4	1800000	1.78E+06	1.28%	19	2500000	2.44E+06	2.32%
5	2100000	2.21E+06	5.02%	20	6500000	6.49E+06	0.19%
6	13600000	1.34E+07	1.47%	21	37200000	3.69E+07	0.78%
7	9100000	9.36E+06	2.85%	22	42100000	4.15E+07	1.50%
8	8300000	8.70E+06	4.86%	23	35500000	3.52E+07	0.74%
9	22000000	2.77E+07	25.84%	24	6000000	6.24E+06	3.96%
10	26700000	2.99E+07	12.03%	25	9010000	8.99E+06	0.27%
11	3260000	3.12E+06	4.31%	26	14100000	1.40E+07	0.69%
12	1512000	1.51E+06	0.18%	27	13000000	1.34E+07	3.21%
13	9150000	8.68E+06	5.10%	28	20500000	2.07E+07	1.19%
14	4200000	4.15E+06	1.11%	29	4600000	5.11E+06	11.00%
15	850000	7.96E+05	6.34%	30	27000000	2.46E+07	8.90%

平均相對誤差： 4.60%

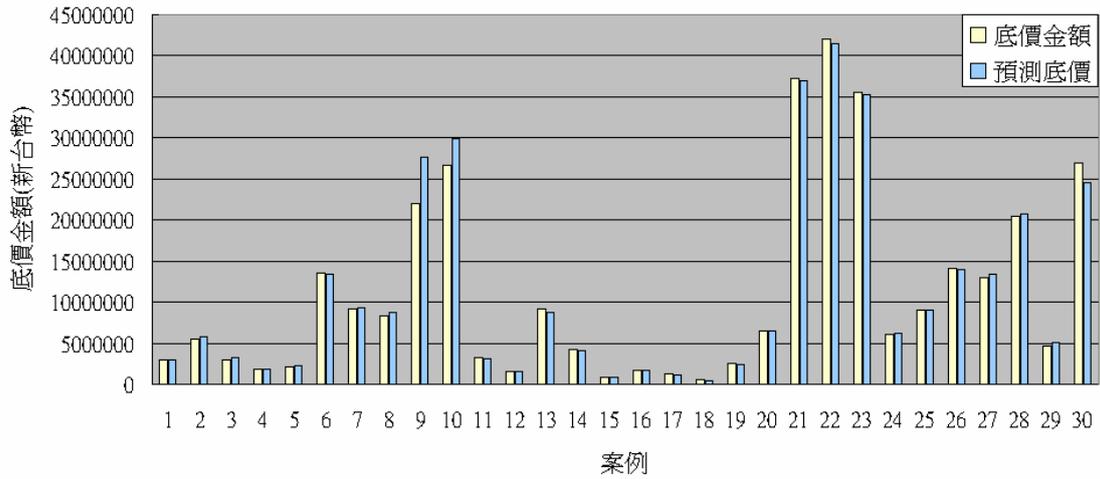


圖 13 實際底價金額與預測底價金額之比較

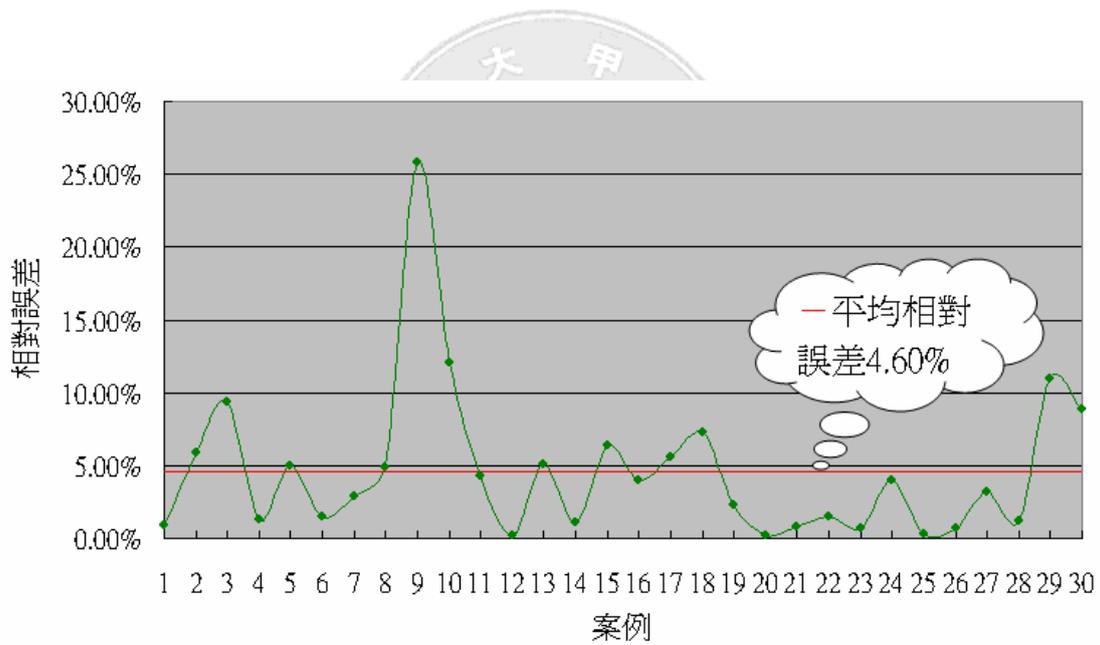


圖 14 各案例之相對誤差與平均相對誤差

(h) 比較：

	平均相對誤差	$a_0$	$a_1$	$a_2$	$a_3$
方法一	4.08 %		743.3	2.253	0.7777
方法二	4.60 %	-49351.26	1119.419	2.1851	0.7805

#### Part IV. References

1. 虞順逸，「以回歸分析預測最低標之研究－以美國A+B競標法及我國道路工程為例」－國立雲林科技大學營建工程系研究所碩士論文，雲林縣，(2002)。
2. Jeng-Wen Lin, Raimondo Betti, Andrew W. Smyth and Richard W. Longman  
“On-line Identification of Non-linear Hysteretic Structural Systems Using a Variable Trace Approach,” *Earthquake Engineering and Structural Dynamics*, Vol. 30, pp. 1279-1303 (2001).
3. Moore DS, McCabe GP, *Introduction to the Practice of Statistics*, W.H. Freeman and Company, New York (2005).
4. Lin JW, Betti R, “On-line Identification and Damage Detection in Non-linear Structural Systems Using a Variable Forgetting Factor Approach,” *Earthquake Engineering and Structural Dynamics*, Vol. 33(4), pp. 419-444 (2004).
5. 我國政府採購資訊公告系統（<http://web.pcc.gov.tw/>）。
6. Masri SF, ”A Hybrid Parametric/Nonparametric Approach for the Identification of Nonlinear Systems,” *Probabilistic Engineering Mechanics*, Vol. 9, pp. 47-57 (1994).