



# 逢甲大學學生報告 ePaper

## 最小平方迴歸分析之程式應用

Program application of least square regression analysis

作者：吳彬睿

系級：資訊一丙

學號：D0611061

開課老師：林佩君

課程名稱：線性代數

開課系所：資電學院

開課學年： 106 學年度 第 1 學期



## 目次

English Introduction、Keywords.....	1
中文摘要、關鍵字.....	2
介紹最小迴歸分析法則.....	3
用MATLAB查找資料集的最小平方迴歸線、(a)~(f)計算流程.....	4
(a)儲存兩個矩陣.....	5
(b)運算 $A = (X^T * X)^{-1} * X^T * Y$ .....	6
(c)將上題的答案比對用polyfit的答案.....	7
(d)用MATLAB印出資料點圖.....	8
(e)用MATLAB印出最小回歸線圖.....	9
(f) 結合(d),(e)兩圖.....	10
參考文獻.....	11

## Introduction

(1) Purpose : The article is mainly introducing program application of least square regression analysis.

**(2)Process and Tool :**

It is mainly explained in two parts:

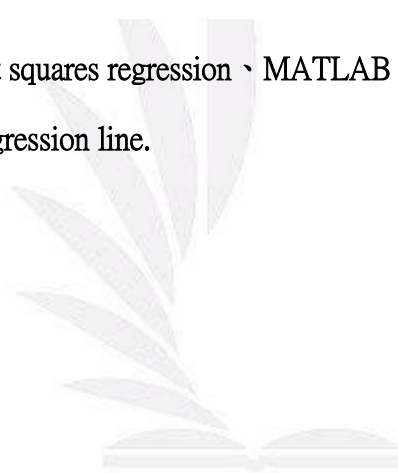
- a. Introduce the method of least squares regression.
- b. Use matlab to find the least squares regression line.

The tool to use:

MATLAB ◦

**(3)Resault :** Make everyone know more method of least squares regression and also inrtroducing that use program to find the method of least squares regression is more fast.

**Keywords :** method of least squares regression 、MATLAB (method of least squares regression) 、least squares regression line.



## 中文摘要

**(1) 目的：**此篇主要介紹最小平方迴歸分析法則之程式應用。

**(2) 過程及方法：**

主要以兩部分來說明:

a.介紹最小迴歸分析法則。

b.最小平方迴歸分析在MATLAB上之應用。

使用方法:

數學運算工具MATLAB。

**(3) 結果：**讓人更了解最小迴歸分析法則，同時也介紹MATLAB程式運算最小迴歸分析法更快速精準。

**關鍵字：**最小平方法、MATLAB 最小平方法運算、最小平方迴歸線



### A.介紹最小迴歸分析法則

對於給定的資料點 $(x_1, y_1), (x_2, y_2), (x_3, y_3), (x_4, y_4) \dots (x_n, y_n)$ ，計算 $f(x_n)$ 所得到的值與 $y_n$ 實際的值之間的誤差，將差值平方加起來，可以得到一個誤差平方和。線性模型中最逼近的便是可以將誤差平方和最小化的模型，這個模型稱作最小平方迴歸線，而尋找的過程稱作最小平方法。

#### 最小平方法

對於資料點，令線性方程式 $f(x)=a+bx$

點 $(x_1, y_1)$ ,  $f(x_1) = a+bx_1$ ,  $y_1-f(x_1) = y_1-a+bx_1$

點 $(x_2, y_2)$ ,  $f(x_2) = a+bx_2$ ,  $y_2-f(x_2) = y_2-a+bx_2 \dots$

點 $(x_n, y_n)$ ,  $f(x_n) = a+bx_n$ ,  $y_n-f(x_n) = y_n-a+bx_n$

每個方程式  $[y_n-f(x_n)]$ 項當作 $f(x_n)$ 逼近 $y_n$ 的誤差值其最小化模型 $S(a,b)$

$$S(a,b)=[y_1-f(x_1)]^2+[y_2-f(x_2)]^2 \dots+[y_n-f(x_n)]^2$$

(1) 令 $S(a,b)$ 對 $a$ 微分=0, (2)令 $S(a,b)$ 對 $b$ 微分=0

解聯立(1)(2)得到 $a, b$ 帶回線性方程式得最小迴歸線 $f(x)$

最小平方迴歸分析之程式應用

**B.用MATLAB查找資料集 (1、1)、(2、2)、(3、4)、(4、4) 和 (5、6) 的最小平方迴歸線**

**(a)~(f)解說流程圖:**

**(a)儲存兩個矩陣**

**(b)運算 $A = (X^T * X)^{-1} * X^T * Y$**

**(c)將上題的答案比對用 polyfit 的答案**

**(d)用 MATLAB 印出資料點圖**

**(e)用MATLAB印出最小回歸線圖**

**(f) 結合(d),(e)兩圖**



## 最小平方迴歸分析之程式應用

### (a) 儲存兩個矩陣

```
>> X = [1 1;1 2;1 3;1 4;1 5];
```

```
>> X
```

```
X =
```

```
1     1  
1     2  
1     3  
1     4  
1     5
```

```
>> Y = [1;2;4;4;6];
```

```
>> Y
```

```
Y =
```

```
1  
2  
4  
4  
6
```



## 最小平方迴歸分析之程式應用

(b) 運算  $A = (X^T X)^{-1} X^T Y$

```
>> X'
```

```
ans =
```

```
    1    1    1    1    1
    1    2    3    4    5
```

```
>> X'*X
```

```
ans =
```

```
    5    15
   15    55
```

```
>> X'*Y
```

```
ans =
```

```
   17
   63
```

```
>> inv(X'*X)
```

```
ans =
```

```
    1.1000   -0.3000
   -0.3000    0.1000
```

```
>> A = inv(X'*X)*X'*Y
```

```
A =
```

```
  -0.2000
   1.2000
```



## 最小平方迴歸分析之程式應用

(c) 將上題的答案比對用 `polyfit` 的答案

A =

-0.2000

1.2000

X1 = X(:,2)

X1 =

1

2

3

4

5

>> polyfit(X1,Y,1)

ans =

1.2000 -0.2000

結果一樣

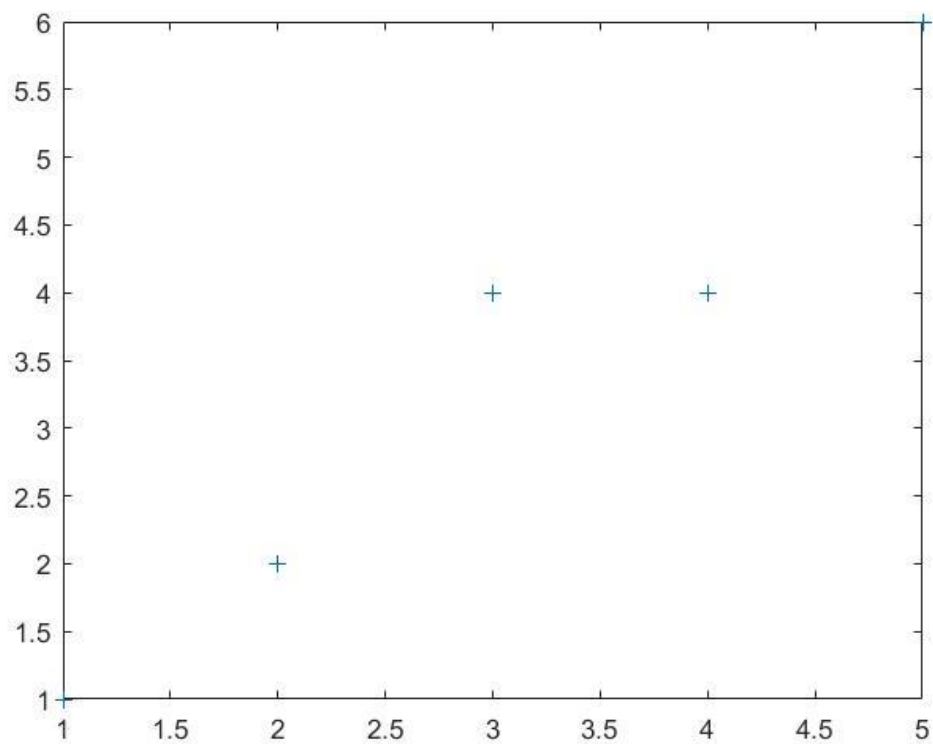


## 最小平方迴歸分析之程式應用

### (d) 用 MATLAB 印出資料點圖

```
>> t = (0: 0.1: 6);
```

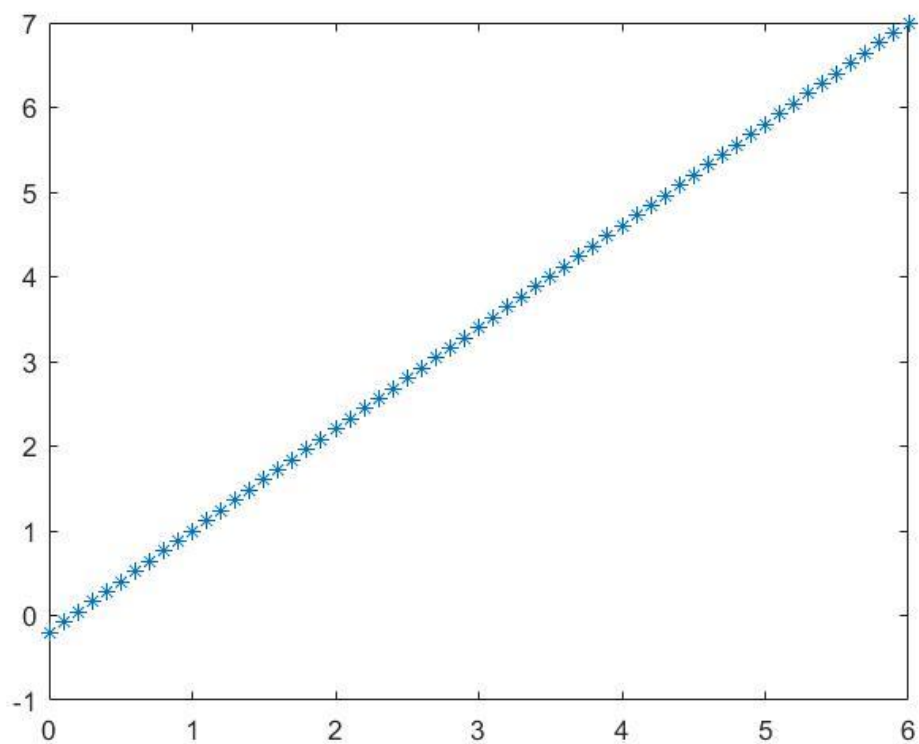
```
>> plot(X1,Y,'+')
```



## 最小平方迴歸分析之程式應用

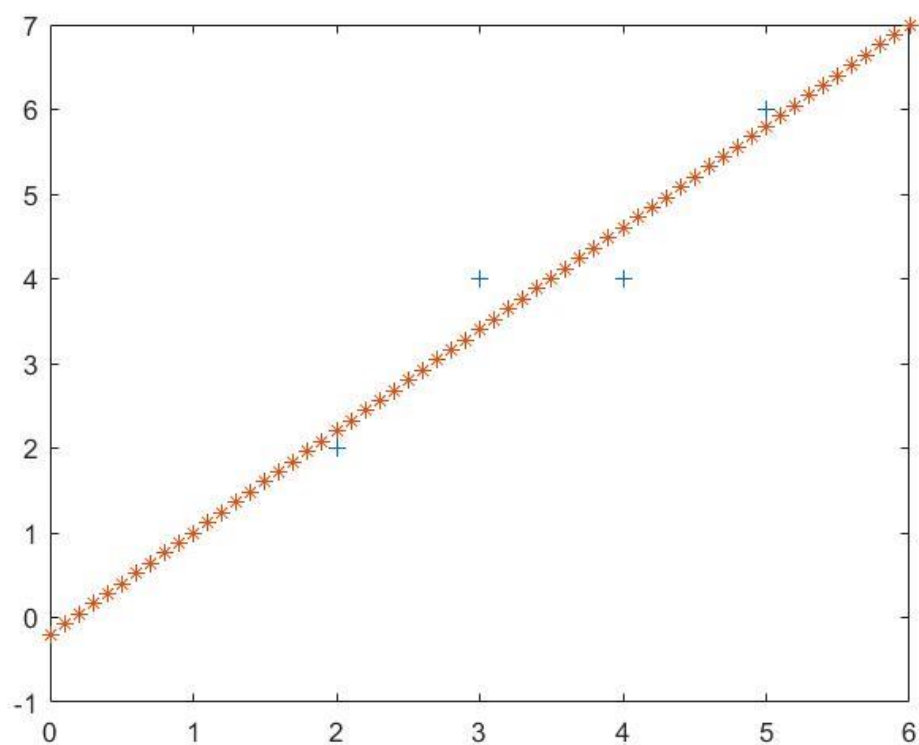
### (e) 用 MATLAB 印出最小回歸線圖

```
>> t = (0: 0.1: 6);  
>> p = polyfit(X1,Y,1);  
>> f = polyval(p,t);  
>>  
plot(t,f,'*')
```



(f) 結合(d),(e)兩圖

```
>>plot(X1,Y,'+',t,f,'*')
```



## 參考文獻

Ron Larson(2016) ..線性代數【第八版】 (翁慶昌譯)(第 121-125 頁)。新北市:高立圖書有限公司出版。

