

可碼率控制之類別向量量化器及其在影像壓縮之應用  
**ENTROPY-CONSTRAINED CLASSIFIED VECTOR QUANTIZATION  
AND ITS APPLICATION TO IMAGE COMPRESSION**

黃文吉 塗悅伸 葉柏園  
Wen-Jyi Hwang, Yue-Shen Tu and Bo-Yuan Ye

私立中原大學電機所  
Institute of Electrical Engineering  
Chung-Yuan Christian University  
Chung-Li, Taiwan, R.O.C.

**摘要**

本論文之主要目的是發展一個可碼率控制之類別向量量化器 (Classified Vector Quantization: CVQ)，並將其應用至影像壓縮中。我們所使用的方法乃是以傳統 CVQ 為主要架構，再加上碼率限制向量量化器 (Entropy-Constrained Vector Quantization: ECVQ) 來設計 CVQ 中每一類別之碼簿。由於 ECVQ 之使用，使得 CVQ 之整體碼率可以受到控制。另外，CVQ 中每一碼簿之大小也可隨應用之不同而予以改變。電腦模擬顯示本論文所提出之 CVQ 可以有效的壓縮影像。因此，CVQ 和 ECVQ 的結合，可使得 CVQ 在實際應用上有所進展。

關鍵字：影像壓縮，向量量化器。

**Abstract**

The main objective of this paper is to present a new classified vector quantizer (CVQ) design algorithm where the average rate of the VQ can be specified/controlled before the design. The structure of this new CVQ is retained the same as the structure of the existing CVQ's. However, instead of using the LBG algorithm to design the VQ for each class in the CVQ, we use the ECVQ (Entropy-Constrained Vector Quantization) algorithm to implement the VQ for each class. Because of the utilization of the ECVQ algorithm, the average rate of the CVQ can be controlled/specified.

Simulation results show that this new CVQ design algorithm can be used effectively in the image coding and compression.

KeyWord: Image Compression, Vector Quantization.

**第一節 緒論**

向量量化器 (Vector Quantization: VQ) 已被證實是一個有效率的影像壓縮工具。在向量量化器的設計法則中，LBG 法則[2][4]是最被廣泛使用之方法。使用 LBG 法則設計之向量量化器，它的主要缺點是無論碼 (Codeword) 出現機率大小，代表每一碼的位元 (Bit) 數都相同，所以不能做碼率 (Rate) 和記憶容量大小 (Storage Size) 獨立指定的控制。因此在記憶容量大小固定之下，要指定碼率限制，LBG 法則便無法使用。

針對碼率和記憶容量大小不能獨立的問題，碼率限制向量量化器 (亦即 ECVQ) [1] 提出了解決之道。ECVQ 是考量碼的機率分佈，以拉格朗日乘數 (Lagrange Multiplier) 的方法，可依照碼率限制，進行碼簿 (Codebook) 的設計。但是並不是這樣就完美了，因為機率分佈較小的向量在碼簿設計中影響力較小，使得設計出來的碼與機率分佈較小的向量失真度變大。即機率分佈較小的向量，如邊緣，在量化後失真較為嚴重。

類別向量量化器 (亦即 CVQ) [2][5] 基本上是用來解決上述問題。類別向量量化器是針對不同性

質的資料，如邊緣、形狀…等，以不同的碼簿進行編碼，而不同於 LBG 或 ECVQ 只用一個單一碼簿的編碼方式。然而在類別向量量化器中的每一類別碼簿仍是以 LBG 法則作碼簿設計，因此碼率和記憶容量大小不能獨立的問題又再度重現眼前。雖然在碼率和記憶容量大小不能獨立的問題下，類別向量量化器與 LBG 一樣，無法解決；但是比起 LBG，壓縮影像品質改善了許多。

由於 ECVQ 解決了 LBG 的碼率和記憶容量大小不能獨立的問題，因此我們針對類別向量量化器將其和 ECVQ 結合，想要解決類別向量量化器的碼率和記憶容量大小不能獨立的問題。所以我們所要提出的乃是結合類別向量量化器和 ECVQ 的優點，使得類別向量量化器因碼率限制向量量化器的加入，而可分別獨立指定碼率和記憶容量大小進而設計碼簿，以提高類別向量量化器在影像壓縮中的實用價值。

本論文的編排方式如下：第二章我們討論這一個新的 CVQ 之演算法，第三章我們列出 CVQ 在影像壓縮應用之電腦模擬結果，第四章則為本論文之結論。

## 第二節 演算法

類別向量量化器的概念就是將每個輸入向量先做分類，像一幅畫中可分為草、樹木、泥土、花…等歸納成一類一類的以後，再以每類已準備好的碼簿 (Codebook) 進行編碼。

它的架構如圖 2-1 所示包括一個分類器 (Classifier) 和多個不同類的子碼簿 (Subcodebook)，且這些子碼簿的大小 (Size) 不一定相同。分類器通常將輸入向量 (Input Vector) 以平均值，能量，範圍等統計方法分類。分類器將輸入向量分類後，然後送出  $i_n$ ，亦即碼簿指標 (Codebook Index)；然後在第  $i_n$  個子碼簿裡找出適當的碼將輸入向量量化，同時也送出碼指標 (Codeword Index)，屆時將產生的兩組指標 (Index)，即碼指標和碼簿指標同時傳送，以便在接收後能夠從不同類的碼簿中，再還原已量化的向量。

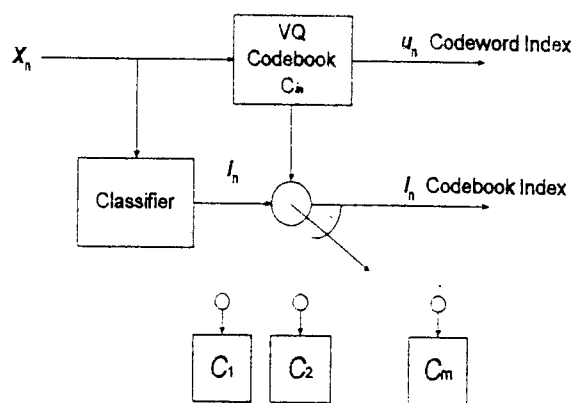


圖2-1 類別向量量化器的架構

傳統類別向量量化器的設計是將訓練資料群先以分類器分類，然後將分類後的每類訓練資料群以 LBG 法則設計每類的子碼簿。通常在設計前，每個子碼簿的大小就以訓練資料群的機率分佈來決定每類子碼簿的碼個數。

類別向量量化器的最大特色乃是在於分類器的使用，將輸入向量分類，以不同的子碼簿量化；這樣一來即使機率分佈較小的向量，也有特定屬於自己碼簿，不會再因和機率分佈較大的向量的均化而失真度增大。

為了解決類別向量量化器碼率和記憶容量大小不能獨立的問題，我們將類別向量量化器加入 ECVQ 的設計方法。現在我們將此一類別向量量化器之設計方法詳述如下。我們先定義下列符號， $C_i$  表每類的碼簿 (如圖 2-1 所示)， $m$  為類別總數， $N_i$  為每類的碼簿的碼數， $r_i$  表每類的碼率， $p_i$  為每類碼簿的分佈機率， $R$  為 CVQ 整體之平均碼率，亦即  $R = \sum_{i=1}^m p_i r_i$ ，而  $D_i(r_i, N_i)$  為  $C_i$  在  $N_i$  和  $r_i$  的限制下的每類平均誤差， $D = \sum_{i=1}^m p_i D_i(r_i, N_i)$  為整體誤差。

我們的目的是要在  $N_i, p_i, i = 1, \dots, m$  和整體平均碼率  $R$  皆為固定的限制下，找出最佳的碼簿  $C_i^*, i = 1, \dots, m$ ，能將整體誤差  $D$  降至最低。現

在我們把上述問題分成兩個步驟。

第一個步驟我們是要先找到最佳之碼率分配  $(r_1^*, \dots, r_m^*)$  使其滿足下列關係，

$$(r_1^*, \dots, r_m^*) = \underset{(r_1, \dots, r_m)}{\text{ArgMin}} \sum_{i=1}^m p_i D_i(r_i, N_i) \dots (1)$$

$$\text{Subject to} \quad \sum_{i=1}^m p_i r_i \leq R \dots (2)$$

其中(2)為(1)中的限制式。而上述這個問題可以用拉格朗日乘數的方法將(1)寫成無限制的最佳化問題，如下所示：

$$\begin{aligned} & (r_1^{\lambda}, \dots, r_m^{\lambda}) \\ &= \underset{(r_1, \dots, r_m)}{\text{ArgMin}} \sum_{i=1}^m p_i D_i(r_i, N_i) + \lambda \sum_{i=1}^m p_i r_i \\ &= \underset{(r_1, \dots, r_m)}{\text{ArgMin}} \sum_{i=1}^m p_i (D_i(r_i, N_i) + \lambda r_i) \end{aligned} \dots (3)$$

若我們找到一個  $\lambda > 0$  使得  $\sum_{i=1}^m p_i r_i^{\lambda} = R$ ，則

$r_i^* = r_i^{\lambda}$ ， $i = 1, \dots, m$ ，因此(1)的解即可獲得。另外，從(3)我們可發現  $r_i^{\lambda}$  可單獨地由下式獲得：

$$r_i^{\lambda} = \underset{r_i}{\text{ArgMin}} D_i(r_i, N_i) + \lambda r_i \dots (4)$$

並且(4)可用 ECVQ 演算法解決之。因此，由(3)和(4)我們發現(1)可分解成  $m$  個最佳化問題，並且每一個問題都包含有同樣的拉格朗日乘數  $\lambda$ ，然後用  $m$  個相同之 ECVQ 法則我們便可解決(1)的難題。

而第二個步驟是利用第一個步驟所選擇的  $\lambda$  和求得的最佳解  $r_i^*$ ， $i = 1, \dots, m$ ，進而再次利用 ECVQ 設計每類的最佳碼簿  $C_i^*$ 。不過實際上，在第一個步驟求得最佳  $r_i^*$ ， $i = 1, \dots, m$  時，同時可得到最佳碼簿  $C_i^*$ ， $i = 1, \dots, m$ ，所以，至此我們可以說完全解決了我們的問題，達到了我們的最終目的，即是使 CVQ 的碼率與記憶體大小獨立開來。

現在我們再將上述討論的演算法

(Algorithm) 整理詳列如下：

可碼率控制之 CVQ 之演算法：

- (1) 給定  $N_i$ ， $p_i$ ， $i = 1, \dots, m$ 、 $R$  和訓練資料群。
- (2) 訓練資料群經分類器分類
- (3) 取一  $\lambda > 0$ 。
- (4) 每類碼簿以 ECVQ 法則設計，以求得  $r_i^{\lambda}$ ， $i = 1, \dots, m$ 。
- (5) 檢查  $\sum_{i=1}^m p_i r_i^{\lambda} = R$  是否成立，若是成立則至 (6)，否則到 (3)。
- (6) 讓最佳碼率  $r_i^* = r_i^{\lambda}$ ， $i = 1, \dots, m$ ，再用 ECVQ 法則根據  $r_i^*$  及  $N_i$  來獲得  $C_i^*$ ， $i = 1, \dots, m$ 。

以上就是本方法的演算法。

至此我們才真正地解決(1)，現在我們把用本演算之電腦模擬結果在下一節討論之。

### 第三節 模擬結果

我們在本系統使用由 LBG 法則所設計出來的 VQ 作為分類器，乃由於其較簡單，我們亦可以利用其他分類器代替之。我們讓該 VQ 只有 2 個碼所以分類器可以將影像分為 2 個部分 ( $m=2$ )，碼的總數設定為 825 個 ( $N_1 + N_2 = 825$ )，向量大小為  $4 \times 2$  位元，圖 3-1 為訓練資料群，每類碼簿的碼數大小是根據信號至類別的機率大小來決定，我們可以用訓練資料群的機率分佈來分配，所以兩個類別的碼簿大小各為 495 和 330。



圖3-1 訓練資料群

現在我們用圖 3-2 為壓縮的原始圖形。圖 3-3 和圖 3-4 分別是在期望碼簿整體碼率各為 1bpp 和

0.6bpp（即訓練資料群的整體碼率）下量化。實際量化後實際碼率分別是 1bpp 和 0.67bpp。峰值雜訊比（Peak Signal-Noise Ratio：PSNR）表影像品質，越高越好，如下式：

$$PSNR = \frac{255^2}{MSE}$$

*MSE* : Mean Square Error

由表 3-1 中，我們很明顯的知道圖 3-3 和圖 3-4 的 PSNR，各為 32.92dB 和 30.82dB。尤其是圖 3-4 在 0.67bpp 的低碼率下，PSNR 仍能在 30dB 以上，維持相當不錯的影像品質。



圖3-3 碼率為 1bpp 壓縮後 Lena 還原圖



圖3-2 Lena 原始圖形



圖3-4 碼率為 0.67bpp 壓縮後 Lena 還原圖

表3-1 影像品質—碼率比較表

期望碼簿整體碼率(bpp)	1.0 (bpp)	0.6 (bpp)
類別一所獲得之碼率(bpp)	1.04	0.72
類別二所獲得之碼率(bpp)	0.93	0.61
實際壓縮後整體碼率(bpp)	0.99	0.67
SNR(dB)	18.38	16.29
PSNR(dB)	32.92	30.82

表3-2 各方法影像品質比較表

	PSNR(dB)	碼率 ( bpp )
variable BTC [6]	32.00	1.37
BTC-VQ [7]	32.34	1.5
BTC-VQ-DCT [7]	31.98	0.8125
CVQ [5]	31.55	1.0
Our method	32.9	1.0

本論文討論的重點，在於能獨立於記憶體大小來調整碼率；由表 3-1 的模擬結果，發現我們所提出的方法確實能達到獨立於記憶體自由調整碼率，且影像品質能維持在相當的水準以上。

我們的結果與已有的方法比較（如表 3-2），可以發現我們的方法，在壓縮品質上有比許多方法好，且我們所提出的方法可任意調整記憶體大小及碼率，較具有彈性，並可在許多場合作靈活的運用。

#### 第四節 結論

由於 CVQ 碼率和碼簿大小之間的關聯性，使 CVQ 若在碼率的限制下，碼簿大小不能自由設定，降低 CVQ 的實用性。由以上的論述及模擬結果，可知可碼率控制之類別向量量化器以類別向量量化器為架構，結合 ECVQ 後，使得碼率和碼簿大小可以獨立自由控制，大大減少 CVQ 的使用限制，使得 CVQ 有 ECVQ 優點，卻仍保有 CVQ 壓縮效果較優的特性，使可碼率控制之類別向量量化器成為兼具 CVQ 及 ECVQ 特性之向量量化器。

#### 參考文獻

- [1] Philip A. Chou, Tom Lookavaugh, and Robert M. Gray, "Entropy-constrained Vector Quantization," *IEEE Trans. on Acoustics, Speech, and Signal Processing*, Vol. 37, No. 1, January 1989.
- [2] Allen Gersho and Robert M. Gray, "Vector Quantization and Signal Compression," 1992.
- [3] Sherif A. Mohamed and Moustafa M. Fahmy, "Image Compression Using VQ-BTC," *IEEE Trans. on Comm.*, Vol. 43, No. 7, July 1995.
- [4] Y. Linde, A. Buzo, and R. M. Gray. "An algorithm for vector quantizer design," *IEEE Trans. Comm.*, COM-28:84-95, January 1980.
- [5] B. Ramamurthi and A. Gersho. "Classified vector quantization of images," *IEEE Trans. Comm.*, COM-34:1105-1115, November 1986.
- [6] M. Kamel, C. T. Sun and L. Guan. "Image compression by variable block truncation coding with optimum threshold," *IEEE Trans. Signal Processing*, Vol. 39, pp.208-212, Jan. 1991.
- [7] Y. Wu and D. C. Coll, "BTC-VQ-DCT hybrid coding of digital images," *IEEE Trans. Commun.* Vol. 39, pp.1283-1287, Sept. 1991.