



逢甲大學學生報告 ePaper

報告題名：公共工程標價與標案規模之實證研究 -以支撐先進工法之橋樑為例

作者：賴學冠、宋睿綸、邱子瑜

系級：土木工程學系研究所

學號：M9522481

開課老師：林正紋老師

課程名稱：統計學應用與實務

開課系所：土木工程學系研究所

開課學年：九十五學年度 第一學期



Summary

公共工程中工程標價是一項重要決策，本研究透過文獻回顧及蒐集我國第二高速公路 20 個以「支撐先進工法」施工的工程案例，藉由統計學的方法，建立一系統模型，用來預測工程標價。

利用 Multiple Regression 和冪級數預測工程標價(橋樑上構單位造價)。以上構單位造價為 response variable y ，廠商家數、橋樑長度、橋樑跨徑、總面積分別為 explanatory variable x_1 x_2 x_3 x_4 ，觀察彼此之間的相關係數，並繪製 scatter plots，接著進行線性與非線性之迴歸分析，最後得到統計學推論以用來預測上構單位造價之變化，而提供相關決策者之一參考數據。

Key Words：系統模型、Multiple Regression、冪級數、統計學推論

Contents

Part I. Project Design	3
Part II. Data Collection and Organization	4
Part III. Data Analysis and Inference	6
Part IV. References	34
Part V. Appendix	35



Part I. Project Design

一、研究動機

公共工程是國家建設發展的一項指標，與民眾生活息息相關。然而在其發包過程中，工程標價是一項重要決策。如何讓業主能有效節省工程預算亦或讓廠商方面提高得標機率，將是值得探討的問題。

本研究依據過去國內相關文獻研究[7]，蒐集交通部台灣區國道新建工程局興建之第二高速公路工程案例，作其樣本分析。工程種類以高架橋樑工程為主，施工方法則是以支撐先進工法為主，而工程合約總金額為新台幣 922,800,000~3,557,000,000 元之間。工程標價以橋樑工程之上構部份合約造價為主。

各工法之經濟橋長說明如下：

- A. 橋長介於 0~200 公尺：場撐工法。
- B. 橋長介於 200~600 公尺：節塊推進工法、懸臂工法。
- C. 橋長介於 600~800 公尺：節塊推進工法。
- D. 橋長介於 800~1200 公尺：支撐先進工法、預鑄節塊工法。

二、研究方法與項目

利用 Multiple Regression 預測橋樑工程上構單位造價，研究廠商家數、橋長、跨徑平均、總面積與上構單位造價之間的關係再判斷各因素是否需要取捨。

- (a) 計算各項的值(平均值、標準差、最大值、最小值)。
- (b) 計算與比較各項之間的相關係數。
- (c) Regress、predict hat、regression line (線性)。
- (d) F 檢定。
- (e) $t \text{ statistic} = \hat{\beta}_i / SEb$ 。
- (f) 比較(P-value)。
- (g) 重新 regress，並與之前比較、predict hat、regression line (線性)。
- (h) 展開二次方項。
- (i) 導入二次方項並計算各項的值(平均值、標準差、最大值、最小值)。
- (j) 計算各項之間的相關係數。
- (k) Regress。
- (l) 展開三次方項。
- (m) 導入三次方項並計算各項的值(平均值、標準差、最大值、最小值)。
- (n) 計算各項之間的相關係數。
- (o) Regress。
- (p) 觀察結果與判斷決定。

(q) predict hat、 regression line (非線性)。

(r) Correlate。

(s) 畫圖。

(t) 討論。

(u) Fitted value \hat{y} 。

(v) 預測

三、樣本資料

本研究使用 20 個支撐先進工法施工的橋樑工程案例，民國八十七年到九十年資料，其相關變數敘述如下[7]：

工程標價 (Y)：為橋樑工程之上部結構單位造價(合約標價)，因為上部結構的複雜性較低(下部結構時常會受到地質影響)，且規模對其影響較為明顯，因此選定為本模式之依變數。

廠商家數 (X₁)：係指橋樑工程案例各標段，參與競標之廠商家數總和。

橋樑長度 (X₂)：係指橋樑工程案例之橋樑全長。

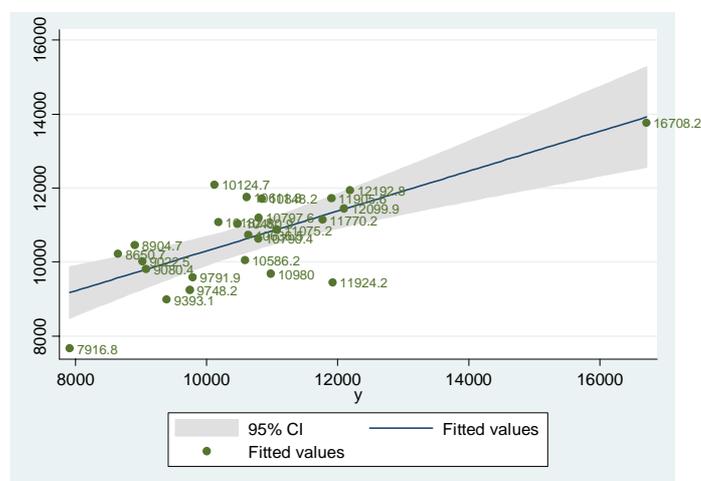
橋樑跨徑 (X₃)：係指橋樑工程案例之選擇跨徑，因為每一座橋樑的跨徑長度都不全然一致，因此本模式選擇橋樑跨徑之平均跨徑進行分析。

總面積 (X₄)：係指橋樑工程案例之投影面積之總和。

Part II. Data Collection and Organization

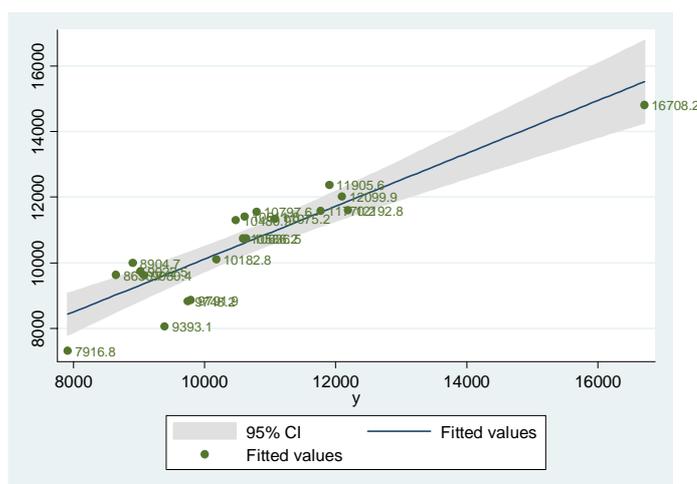
本研究原有 25 筆案例，為求客觀且精確的多元迴歸模型，將各項偏離 95%信賴區間過多之數據逐一剔除，僅存 20 筆資料。

(1)



支撐先進工法(原始數據 25 例)

(2)



支撐先進工法(剔除後數據 20 例)

支撐先進工法之案例資料

個數	標段	日期	上構單位造價	廠商家數	橋長	跨徑平均	總面積
			(元/平方公尺)	(家)	(公尺)	(公尺)	(平方公尺)
			(Y)	(X ₁)	(X ₂)	(X ₃)	(X ₄)
1	C513	9006	8650.7	4	2598	42.5	80184
2	C515	9006	7916.8	6	3766	47.5	86653
3	C385	8809	9022.5	5	2014	42.5	51217
4	C311	8809	9080.4	5	2406	42.5	61406
5	C311	8702	10611.8	4	788	39.5	26866
6	C311	8702	10182.8	4	379	45	3795.6
7	C314	8702	12192.8	4	241	40.5	1807.5
8	C314	8703	9748.2	7	1294	42	39208.2
9	C314	8703	9393.1	7	798	45	24028
10	C314	8703	11770.2	6	520	37.5	5158.8
11	C314	8703	10797.6	6	395	37.5	3671
12	C314	8703	11905.6	6	228	35	1737
13	C314	8703	10480.9	6	626	37.5	15432
14	C326	8809	9791.9	6	1731	41.5	66900
15	C326	8809	8904.7	6	248	42	2828
16	C326	8809	11075.2	6	762	38.5	6353
17	C326	8809	10636.5	6	440	40	3750
18	C326	8809	12099.9	6	428	36	5681
19	C328	8809	16708.2	3	684	32.5	9581
20	C329	8807	10586.2	6	2990	35.5	91927

Part III. Data Analysis and Inference

(a) 計算各項的值(平均值、標準差、最大值、最小值)：

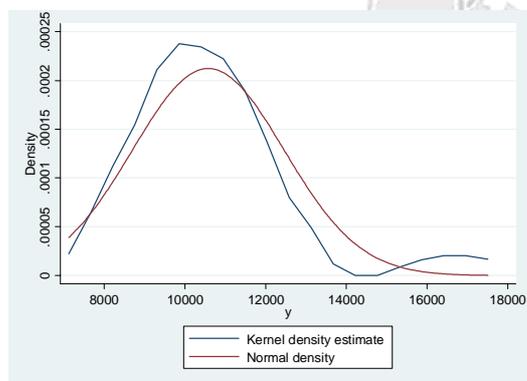
```
. edit
(4 vars, 20 obs pasted into editor)
- preserve
```

```
. summarize
```

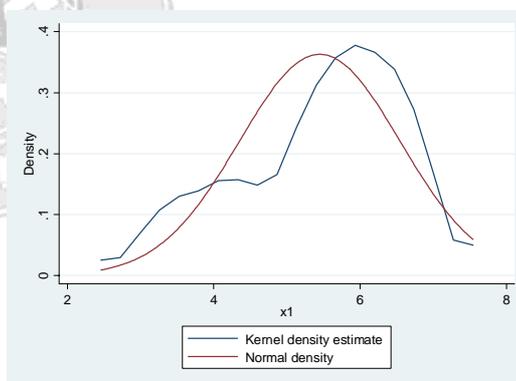
Variable	Obs	Mean	Std. Dev.	Min	Max
y	20	10577.8	1879.557	7916.8	16708.2
x1	20	5.45	1.099043	3	7
x2	20	1166.8	1050.724	228	3766
x3	20	40.025	3.799152	32.5	47.5
x4	20	29409.2	31856.65	1737	91927

由於 Data 只有 20 組， $n = 20$ 因此繪出各項的 kernel density plot 以常態分佈為底以觀察是否 symmetry 及 no outliers，因為採用 histogram 太過敏感較不易判斷。

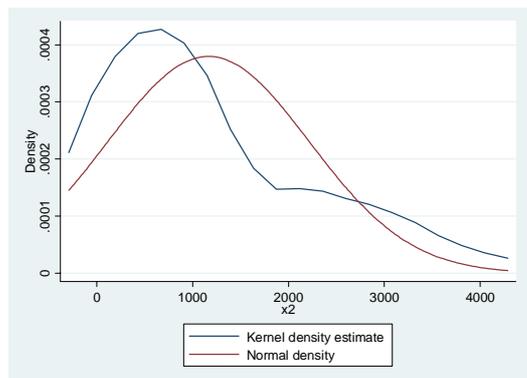
```
. kdensity y,normal
(n) set to 20
```



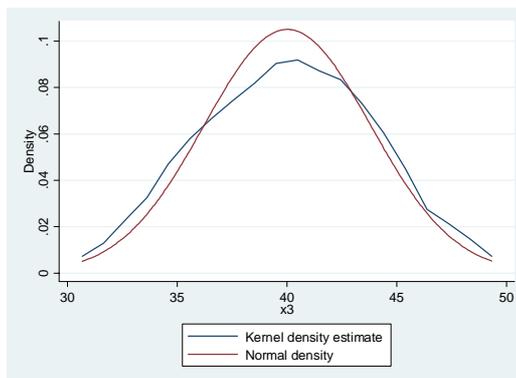
```
. kdensity x1,normal
(n) set to 20
```



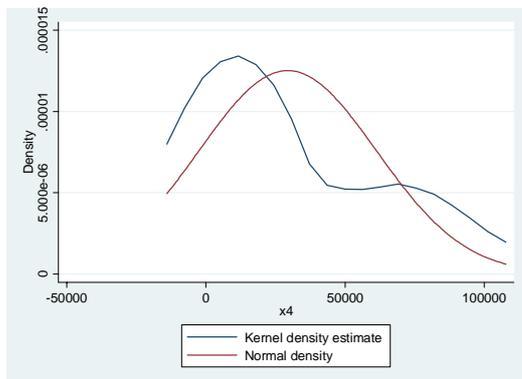
```
. kdensity x2,normal
(n) set to 20
```



```
. kdensity x3,normal
(n) set to 20
```



```
. kdensity x4,normal
(n) set to 20
```



如果不是常態分佈的話 (有 outlier) t distribution 的誤差大因而導致 Multiple Regression 的統計結果誤差也大。

(b) 計算與比較各項之間的相關係數：

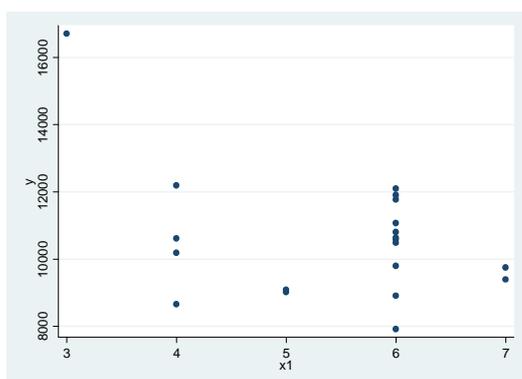
```
. correlate
(obs=20)
```

	y	x1	x2	x3	x4
y	1.0000				
x1	-0.4078	1.0000			
x2	-0.5082	0.0202	1.0000		
x3	-0.7995	0.1232	0.3964	1.0000	
x4	-0.5216	0.0302	0.9642	0.3658	1.0000

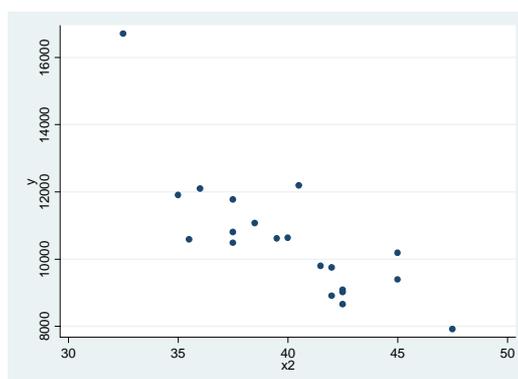
y 與 x1、x2、x4 的相關係數 r 分別為 -0.4078 -0.5082 -0.5216 為中度相關，其中以 y 與 x3 的相關係數為最高 其中以 x2 與 x4 的相關係數為最高 (比較不獨立)，所以此時還不能決定要刪除x2或x4，因此進一步地觀察。

下列為各項之間的相關分佈圖。

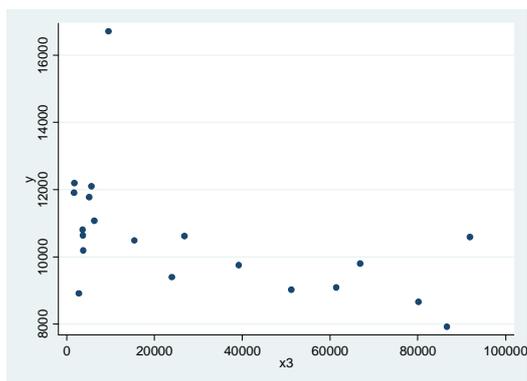
```
. scatter y x1
```



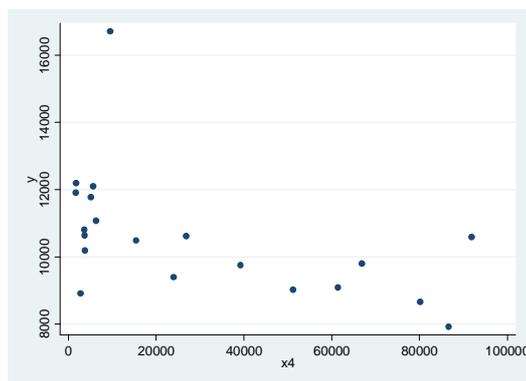
```
.scatter y x2
```



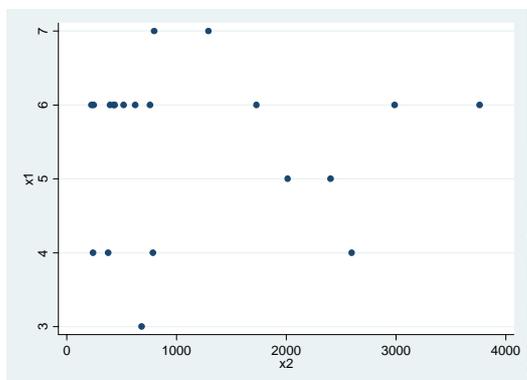
. scatter y x3



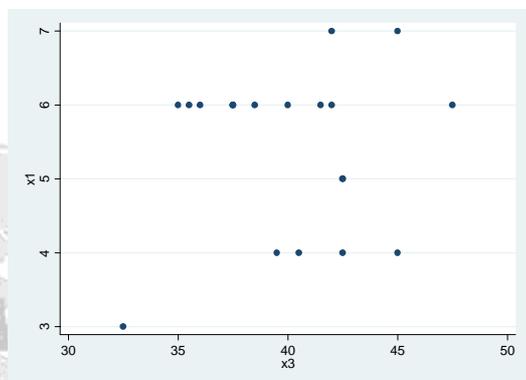
. scatter y x4



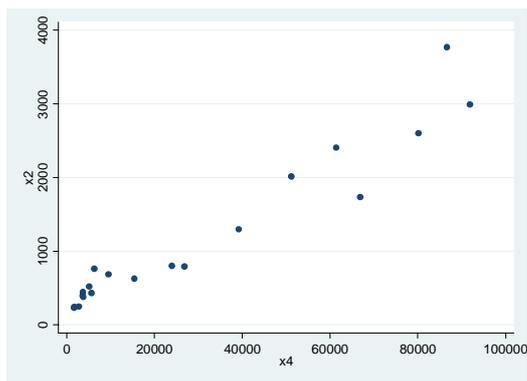
. scatter x1 x2



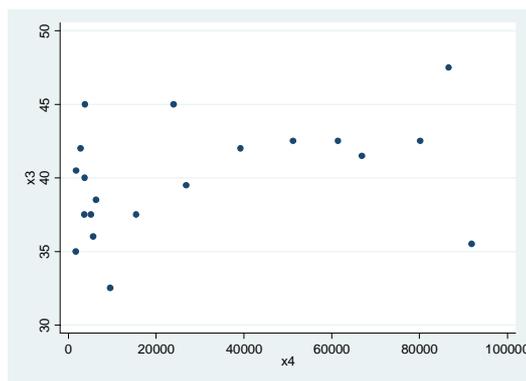
. scatter x1 x3



. scatter x2 x4



. scatter x3 x4



(c) Regress、predict hat、regression line (線性)。

. regress y x1 x2 x3 x4

Source	SS	df	MS			
Model	54098316.2	4	13524579.1	Number of obs =	20	
Residual	13023619.5	15	868241.299	F(4, 15) =	15.58	
Total	67121935.7	19	3532733.46	Prob > F =	0.0000	
				R-squared =	0.8060	
				Adj R-squared =	0.7542	
				Root MSE =	931.79	

y	coef.	Std. Err.	t	P> t	[95% Conf. Interval]	
x1	-536.3313	196.3344	-2.73	0.015	-954.8082	-117.8544
x2	.5506769	.7813089	0.70	0.492	-1.114644	2.215997
x3	-335.2841	61.94439	-5.41	0.000	-467.3154	-203.2527
x4	-.0331036	.0254107	-1.30	0.212	-.0872653	.0210581
_cons	27251.57	2492.486	10.93	0.000	21938.96	32564.18

. predict hat

Regression [1] :

$$\text{Regression Line } \hat{y} = \hat{\beta}_0 + \hat{\beta}_1 \times x_1 + \hat{\beta}_2 \times x_2 + \hat{\beta}_3 \times x_3 + \hat{\beta}_4 \times x_4$$

$$= 27251.57 + (-536.3313 \times x_1) + (0.5506769 \times x_2) + (-335.2841 \times x_3) + (-0.0331036 \times x_4)$$

(d) F 檢定

F = MSM / MSE

當 $F > F_{\alpha}(K-1, N-K)$ 則 Reject H_0

$$H_0: \hat{\beta}_0 = \hat{\beta}_1 = \hat{\beta}_2 = \hat{\beta}_3 = \hat{\beta}_4 = 0$$

Prob > F = 0.0000

拒絕虛無假設，即至少有一個迴歸係數不為零，迴歸結果具統計顯著性。

(e) t statistic

$$x_1(\text{ t statistic }) = \hat{\beta}_1 / \text{SE}_{\hat{\beta}_1} = -536.3313 / 196.3344 = -2.73$$

$$x_2(\text{ t statistic }) = \hat{\beta}_2 / \text{SE}_{\hat{\beta}_2} = 0.5506769 / 0.713089 = 0.70$$

$$x_3(\text{ t statistic }) = \hat{\beta}_3 / \text{SE}_{\hat{\beta}_3} = -335.2841 / 61.94439 = -5.41$$

$$x_4(\text{ t statistic }) = \hat{\beta}_4 / \text{SE}_{\hat{\beta}_4} = -0.0331036 / 0.0254107 = -1.30$$

(f) P-value

R-squared = 0.8060 = 80.06% > 80% =>雖然很好，但

$$H_0: \beta_i = 0 \quad ; i=1\dots4$$

x1(P-value) : 0.015 = 1.5% < 5% =>保留

x2(P-value) : 0.492 = 49.2% > 5% =>reject H0 對依變數沒有貢獻，因此刪除

x3(P-value) : 0.000 = 0% < 5% =>保留

x4(P-value) : 0.212 = 21.2% > 5% =>觀察

(g)重新regress，並與之前比較、predict hat、regression line (線性)。

```
. regress y x1 x3 x4
```

Source	SS	df	MS			
Model	53667007.2	3	17889002.4	Number of obs =	20	
Residual	13454928.6	16	840933.035	F(3, 16) =	21.27	
Total	67121935.7	19	3532733.46	Prob > F =	0.0000	
				R-squared =	0.7995	
				Adj R-squared =	0.7620	
				Root MSE =	917.02	

y	Coef.	Std. Err.	t	P> t	[95% Conf. Interval]	
x1	-544.1199	192.9158	-2.82	0.012	-953.0832	-135.1566
x3	-327.305	59.93573	-5.46	0.000	-454.3631	-200.247
x4	-.01593	.0070966	-2.24	0.039	-.030974	-.000886
_cons	27112.13	2445.236	11.09	0.000	21928.46	32295.79

```
. predict hat
```

Regression [1] :

$$\text{Regression Line } \hat{y} = \hat{\beta}_0 + \hat{\beta}_1 \times x_1 + \hat{\beta}_3 \times x_3 + \hat{\beta}_4 \times x_4$$

$$= 27112.13 + (-544.1199 \times x_1) + (-327.305 \times x_3) + (-0.01593 \times x_4)$$

R-squared=0.7995=79.95% 與之前的 80.06%差異很少，且

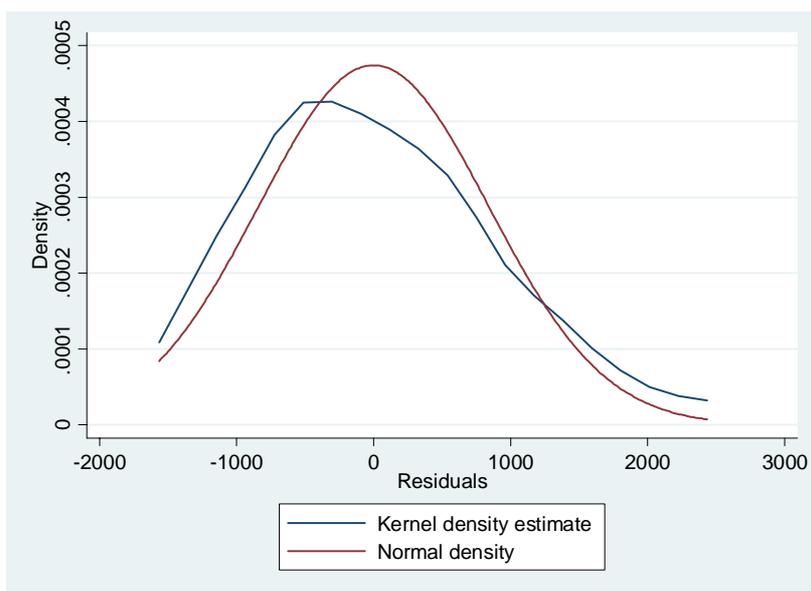
x1(P-value) : 0.012 = 1.2% < 之前的 1.5%

x3(P-value) : 0.000 = 0.0% = 之前的 0%

x4(P-value) : 0.039 = 3.9% < 之前的 21.2%

所以刪除 x2 是 O.K 的。

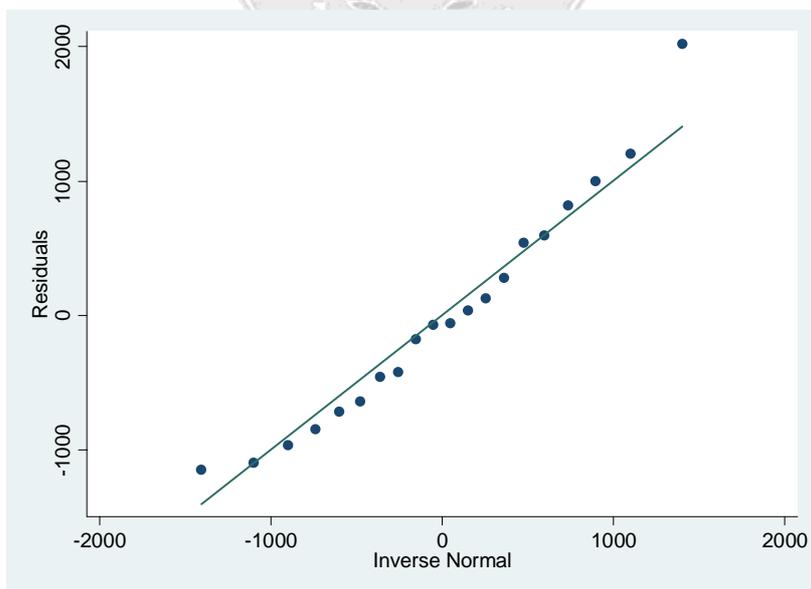
(1)殘差圖常態分析



Symmetry =>(OK)

(2)殘差圖與 Normal Quantile

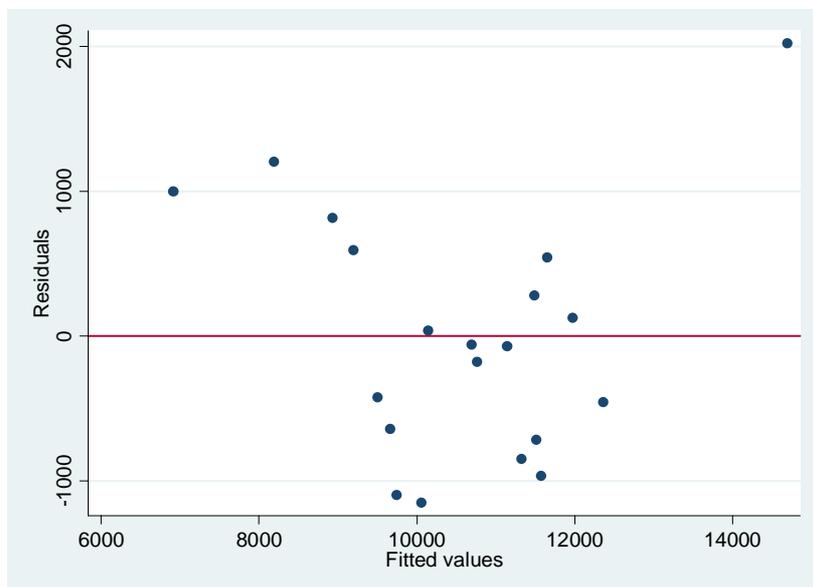
```
. predict r,resid  
. qnorm r
```



45 度 =>(OK)

(3)殘差圖與預測值

. rvfplot, yline(0)



No pattern =>(OK)

一個 Root MSE 內含約 68%的 data

(h) 展開 2 次方項

$$\text{冪級數展開[4]} \Rightarrow \sum (a1 * x1 + a3 * x3 + a4 * x4)^2$$

$$= a1 * x1 + a3 * x3 + a4 * x4 + a5 * x1^2 + a6 * x1 * x3 + a7 * x1 * x4 + a8 * x3^2 + a9 * x3 * x4 + a10 * x4^2$$

(i) 導入二次方項並計算各項的值(平均值、標準差、最大值、最小值)

刪除 x2 的 data , 並導入 x5(=x1^2)、 x6(=x1*x3)、 x7(=x1*x4)、 x8(=x3^2)、 x9(=x3*x4)、 x10(=x4^2)。

```
. edit
(10 vars, 20 obs pasted into editor)
- preserve
. summarize
```

variable	obs	Mean	Std. Dev.	Min	Max
y	20	10577.8	1879.557	7916.8	16708.2
x1	20	5.45	1.099043	3	7
x3	20	40.025	3.799152	32.5	47.5
x4	20	29409.2	31856.65	1737	91927
x5	20	30.85	11.18869	9	49
x6	20	218.625	50.12665	97.5	315
x7	20	161283.4	178876.2	7230	551562
x8	20	1615.713	304.1077	1056.25	2256.25
x9	20	1219158	1345686	60795	4116018
x10	20	1.83e+09	2.78e+09	3017169	8.45e+09

(j) 計算各項之間的相關係數。

```
. correlate y x1 x3 x4 x5 x6 x7 x8 x9 x10
(obs=20)
```

	y	x1	x3	x4	x5	x6	x7	x8	x9	x10
y	1.0000									
x1	-0.4078	1.0000								
x3	-0.7995	0.1232	1.0000							
x4	-0.5216	0.0302	0.3658	1.0000						
x5	-0.3621	0.9945	0.1128	0.0149	1.0000					
x6	-0.6375	0.9137	0.5031	0.1743	0.9129	1.0000				
x7	-0.5200	0.1794	0.3697	0.9765	0.1679	0.3095	1.0000			
x8	-0.7825	0.1129	0.9985	0.3750	0.1049	0.4967	0.3809	1.0000		
x9	-0.5637	0.0353	0.4470	0.9911	0.0200	0.2143	0.9661	0.4581	1.0000	
x10	-0.4722	0.0211	0.3004	0.9702	-0.0005	0.1337	0.9510	0.3134	0.9558	1.0000

(k) Regress.

```
. regress y x1 x3 x4 x5 x6 x7 x8 x9 x10
```

source	ss	df	MS			
Model	64379130.6	9	7153236.73	Number of obs =	20	
Residual	2742805.13	10	274280.513	F(9, 10) =	26.08	
Total	67121935.7	19	3532733.46	Prob > F =	0.0000	
				R-squared =	0.9591	
				Adj R-squared =	0.9224	
				Root MSE =	523.72	

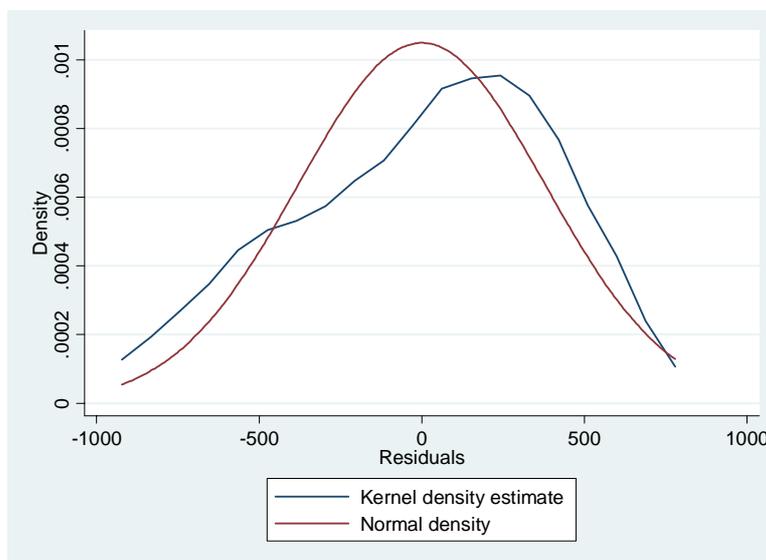
	Coef.	Std. Err.	t	P> t	[95% Conf. Interval]	
x1	-5240.785	1605.199	-3.26	0.009	-8817.392	-1664.178
x3	-417.9899	1044.781	-0.40	0.698	-2745.907	1909.928
x4	-1725472	.0783124	-2.20	0.052	-.3470381	.0019436
x5	347.9232	190.8371	1.82	0.098	-77.28829	773.1347
x6	20.97369	47.32122	0.44	0.667	-84.46455	126.4119
x7	-.0145056	.0055489	2.61	0.026	.002142	.0268692
x8	-.8203848	13.51796	-0.06	0.953	-30.94029	29.29952
x9	-.0017265	.0013428	1.29	0.228	-.0012655	.0047184
x10	1.07e-07	2.46e-07	0.43	0.674	-4.42e-07	6.55e-07
_cons	42312.11	18021.43	2.35	0.041	2157.854	82466.36

此時的 R-squared = 0.9591。 試著導入三次方項觀察結果。

(1) 殘差圖殘差分析

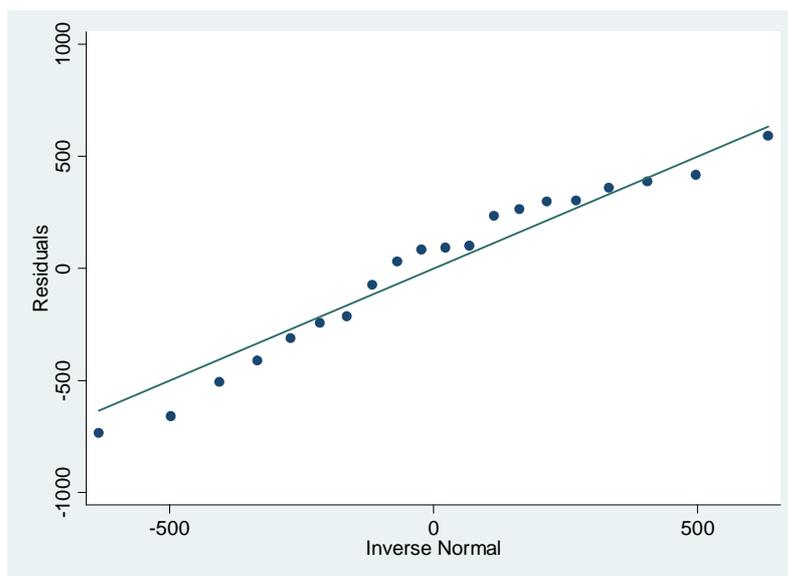
. kdensity r,normal

(n) set to 20)



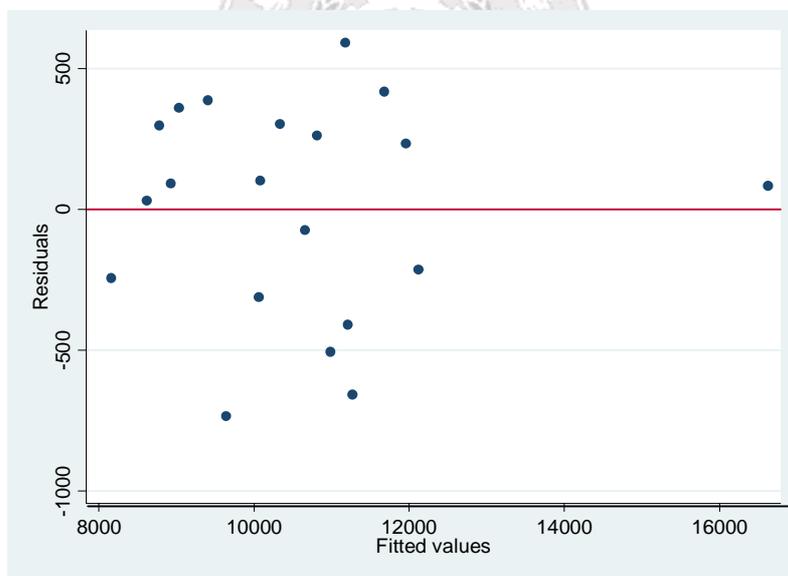
Symmetry 且 Root MSE 變小 =>(OK)

(2) 殘差圖與 Normal Quantile



45 度且 Root MSE 由 917 降到 523 =>(OK)

(3) 殘差圖與預測值



Root MSE 縮小 NO Pattern =>(OK)

(1) 展開 3 次方項

$$\text{冪級數展開[4]} \Rightarrow \sum (a_1 * x_1 + a_3 * x_3 + a_4 * x_4)^3$$

$$= a_1 * x_1 + a_3 * x_3 + a_4 * x_4 + a_5 * x_1^2 + a_6 * x_1 * x_3 + a_7 * x_1 * x_4 + a_8 * x_3^2 + a_9 * x_3 * x_4 + a_{10} * x_4^2 + a_{11} * x_1^3 + a_{12} * x_1^2 * x_3 + a_{13} * x_1^2 * x_4 + a_{14} * x_1 * x_3^2 + a_{15} * x_1 * x_3 * x_4 + a_{16} * x_1 * x_4^2 + a_{17} * x_3^3 + a_{18} * x_3^2 * x_4 + a_{19} * x_3 * x_4^2 + a_{20} * x_4^3$$

(m) 導入三次方項並計算各項的值(平均值、標準差、最大值、最小值)

導入 $x_5(=x_1^2)$ 、 $x_6(=x_1*x_3)$ 、 $x_7(=x_1*x_4)$ 、 $x_8(=x_3^2)$ 、 $x_9(=x_3*x_4)$ 、 $x_{10}(=x_4^2)$ 、 $x_{11}(=x_1^3)$ 、 $x_{12}(=x_1^2*x_3)$ 、 $x_{13}(=x_1^2*x_4)$ 、 $x_{14}(=x_1*x_3*x_4)$ 、 $x_{15}(=x_3^3)$ 、 $x_{16}(=x_3^2*x_1)$ 、 $x_{17}(=x_3^2*x_4)$ 、 $x_{18}(=x_4^3)$ 、 $x_{19}(=x_4^2*x_1)$ 、 $x_{20}(=x_4^2*x_3)$ 。

. summarize

Variable	Obs	Mean	Std. Dev.	Min	Max
y	20	10577.8	1879.557	7916.8	16708.2
x1	20	5.45	1.099043	3	7
x3	20	40.025	3.799152	32.5	47.5
x4	20	29409.2	31856.65	1737	91927
x5	20	30.85	11.18869	9	49
x6	20	218.625	50.12665	97.5	315
x7	20	161283.4	178876.2	7230	551562
x8	20	1615.713	304.1077	1056.25	2256.25
x9	20	1219158	1345686	60795	4116018
x10	20	1.83e+09	2.78e+09	3017169	8.45e+09
x11	20	179.75	89.05225	27	343
x12	20	1239.325	477.2306	292.5	2205
x13	20	912304.8	1057329	28920	3309372
x14	20	6694016	7532127	292815	2.47e+07
x15	20	65764.79	18439.3	34328.13	107171.9
x16	20	8841.487	2528.79	3168.75	14175
x17	20	5.10e+07	5.83e+07	2127825	1.96e+08
x18	20	1.35e+14	2.40e+14	5.24e+09	7.77e+14
x19	20	1.00e+10	1.56e+10	1.31e+07	5.07e+10
x20	20	7.62e+10	1.16e+11	1.06e+08	3.57e+11

(n) 計算各項之間的相關係數。

. correlate
(obs=20)

	y	x1	x3	x4	x5	x6	x7	x8	x9	x10	x11	x12	x13	x14
y	1.0000													
x1	-0.4078	1.0000												
x3	-0.7995	0.1232	1.0000											
x4	-0.5216	0.0362	0.3658	1.0000										
x5	-0.3621	0.9985	0.1178	0.0149	1.0000									
x6	-0.6375	0.9837	0.3051	0.1743	0.9878	1.0000								
x7	-0.3200	0.1784	0.3987	0.3705	0.1679	0.3975	1.0000							
x8	-0.7825	0.1129	0.9985	0.3750	0.1049	0.4987	0.3809	1.0000						
x9	-0.5637	0.0353	0.4470	0.9911	0.0200	0.2143	0.9661	0.4581	1.0000					
x10	-0.4722	0.0211	0.3004	0.9702	-0.0005	0.1137	0.9510	0.1834	0.9558	1.0000				
x11	-0.3252	0.9789	0.1135	0.0032	0.9988	0.9067	0.1505	0.1077	0.0086	-0.0001	1.0000			
x12	-0.4887	0.9566	0.1387	0.1004	0.9879	0.9789	0.2496	0.1321	0.1271	0.0835	0.9708	1.0000		
x13	-0.4981	0.2925	0.3621	0.9244	0.2887	0.4105	0.9846	0.1747	0.9133	0.9013	0.2842	0.3662	1.0000	
x14	-0.3601	0.1799	0.4340	0.9681	0.1700	0.3485	0.9899	0.4875	0.9796	0.9362	0.1815	0.2752	0.9738	1.0000
x15	-0.7544	0.1044	0.9940	0.3831	0.0967	0.4925	0.3913	0.9985	0.4679	0.1259	0.1811	0.3281	0.3867	0.4799
x16	-0.7265	0.7567	0.7174	0.2646	0.7652	0.9568	0.2781	0.7162	0.3259	0.2088	0.7621	0.8937	0.4665	0.4437
x17	-0.5906	0.0410	0.1126	0.9674	0.0260	0.2684	0.9478	0.1256	0.9925	0.9297	0.0151	0.1510	0.8911	0.9704
x18	-0.4170	0.0349	0.2388	0.9731	0.0011	0.1105	0.9134	0.2546	0.9031	0.9875	-0.0178	0.0506	0.8888	0.8908
x19	-0.4483	0.1072	0.2858	0.9492	0.0881	0.2069	0.9862	0.3012	0.9322	0.9846	0.0892	0.1474	0.9440	0.9489
x20	-0.5073	0.0179	0.1733	0.9667	-0.0018	0.1637	0.9446	0.1890	0.9702	0.9908	-0.0211	0.0810	0.8930	0.9490
x11		x16	x17	x18	x19	x20								
x16		1.0000												
x17		0.7139	1.0000											
x18		0.5372	0.3776	1.0000										
x19		0.2704	0.1712	0.8743	1.0000									
x20		0.3164	0.2672	0.9655	0.9798	1.0000								

(o) Regress.

```

. regress y x1 x3 x4 x5 x6 x7 x8 x9 x10 x11 x12 x13 x14 x15 x16 x17 x18 x19 x20

```

Source	SS	df	MS			
Model	66679061	18	3715903.39	Number of obs =	20	
Residual	242874.723	1	242874.723	F(18, 1) =	15.30	
Total	67121935.7	19	3532733.46	Prob > F =	0.1989	
				R-squared =	0.9964	
				Adj R-squared =	0.9313	
				Root MSE =	492.82	

y	coef.	std. err.	t	P> t	[95% conf. interval]	
x1	(dropped)					
x3	184480.4	172351.9	1.07	0.478	-2005458	2374419
x4	-221.9068	131.357	-1.69	0.340	-1890.956	1447.143
x5	207996.3	150041.2	1.39	0.398	-1698457	2114450
x6	-71485.18	49340.55	-1.45	0.385	-698416.4	555446
x7	38.70995	21.76468	1.63	0.351	-263.2489	340.6688
x8	699.8339	2697.982	0.26	0.838	-33581.27	34980.94
x9	6.077054	3.561638	1.71	0.337	-39.17785	51.33196
x10	-.0004762	.0002895	-1.64	0.348	-.0041553	.0032028
x11	-12708.61	9411.495	-1.35	0.406	-132293	106875.8
x12	1680.454	1115.458	1.51	0.373	-12492.78	15853.69
x13	-.907052	.548727	-1.65	0.346	-7.87929	6.065186
x14	-.7942607	.4916307	-1.62	0.353	-7.041021	5.4525
x15	-40.60312	34.48839	-1.18	0.448	-478.8197	397.6135
x16	673.0342	469.421	1.43	0.388	-5291.525	6637.594
x17	-.0187169	.0130852	-1.43	0.388	-.1849806	.1475468
x18	4.06e-10	2.75e-10	1.48	0.379	-3.09e-09	3.90e-09
x19	.0000532	.0000327	1.63	0.350	-.0003619	.0004683
x20	3.16e-06	2.13e-06	1.48	0.378	-.0000239	.0000303
_cons	-2357505	2250168	-1.05	0.485	-3.09e+07	2.62e+07

(p) 觀察結果與判斷決定。

雖然 R-squared = 0.9964，但由於 x1 的係數 dropped，可能是因為三次方項的值太大而把較小值的係數給吸收掉，所以找 slop 小的 β 值開始刪，試著先刪除 x13(=x1²*x4)、x14(=x1*x3*x4)、x17(=x3²*x4)、x18(=x4³)、x19(=x4²*x1)、x20(=x4²*x3)並觀察結果，並且其 F 值>0.05。

```

. regress y x1 x3 x4 x5 x6 x7 x8 x9 x10 x11 x12 x15 x16

```

Source	SS	df	MS			
Model	66059171.3	13	5081474.72	Number of obs =	20	
Residual	1062764.38	6	177127.397	F(13, 6) =	28.69	
Total	67121935.7	19	3532733.46	Prob > F =	0.0001	
				R-squared =	0.9842	
				Adj R-squared =	0.9499	
				Root MSE =	420.87	

y	Coef.	Std. Err.	t	P> t	[95% Conf. Interval]	
x1	79795.58	31064.58	2.57	0.042	3783.274	155807.9
x3	-40457.15	16049.05	-2.52	0.045	-79727.77	-1186.528
x4	-.5406308	.1369753	-3.95	0.008	-.8757973	-.2054644
x5	-30739.6	11567.23	-2.66	0.038	-59043.58	-2435.613
x6	3801.144	1895.807	2.01	0.092	-837.7277	8440.015
x7	.0260619	.0061634	4.23	0.006	.0109807	.0411432
x8	685.601	372.3459	1.84	0.113	-225.0072	1596.209
x9	-.0077194	.0022363	3.45	0.014	-.0022474	-.011915
x10	1.00e-06	4.08e-07	2.45	0.050	7.94e-10	2.00e-06
x11	677.398	405.1375	1.67	0.146	-313.9376	1668.734
x12	468.4252	160.6527	2.92	0.027	75.3221	861.5282
x15	-1.116638	3.250944	-0.34	0.743	-9.071413	6.838137
x16	-102.7495	38.08867	-2.70	0.036	-195.9491	-9.54989
_cons	484603.9	187584.5	2.58	0.042	25601.17	943606.7

R-square 些許降低但修正複判定係數 Adj R-square 提升，Root MSE 明顯降低。接著試著刪除三次項最小的 slop 值 x15(x2³)。

(q) predict hat、 regression line (非線性)。

```
. regress y x1 x3 x4 x5 x6 x7 x8 x9 x10 x11 x12 x16
```

Source	SS	df	MS	Number of obs = 20		
Model	66038274	12	5503189.5	F(12, 7) =	35.55	
Residual	1083661.74	7	154808.82	Prob > F =	0.0000	
				R-squared =	0.9839	
				Adj R-squared =	0.9562	
Total	67121935.7	19	3532733.46	Root MSE =	393.46	

y	Coef.	Std. Err.	t	P> t	[95% Conf. Interval]	
x1	78305.7	28757.1	2.72	0.030	10305.97	146305.4
x3	-37061.25	11818.9	-3.14	0.016	-65008.51	-9113.985
x4	-.5329362	.126331	-4.22	0.004	-.8316614	-.2342109
x5	-31780.41	10436.3	-3.05	0.019	-56458.33	-7102.494
x6	4139.27	1514.681	2.73	0.029	557.6197	7720.921
x7	.0253283	.0054049	4.69	0.002	.0125476	.0381089
x8	576.1512	179.7195	3.21	0.015	151.182	1001.12
x9	.0076003	.0020654	3.68	0.008	.0027164	.0124842
x10	1.02e-06	3.79e-07	2.68	0.032	1.19e-07	1.91e-06
x11	728.6194	352.1629	2.07	0.077	-104.1135	1561.352
x12	473.2038	149.6265	3.16	0.016	119.3933	827.0142
x16	-107.3874	33.29563	-3.23	0.015	-186.1191	-28.65577
_cons	444277.6	136774	3.25	0.014	120858.6	767696.7

R-square 為 98.39% 些許降低但修正複判定係數 Adj R-square 提升到 95.62%, Root MSE 降低到 393.46, 停止刪除步驟。

. predict hat
(option xb assumed; fitted values)

Regression [1] :

$$\text{Regression line [3]: } \hat{y} = \hat{\beta}_0 + \hat{\beta}_1 \times x_1 + \hat{\beta}_3 \times x_3 + \hat{\beta}_4 \times x_4 + \dots + \hat{\beta}_{12} \times x_{12} + \hat{\beta}_{16} \times x_{16}$$

$$= 444277.6 + 78305.7 \times x_1 - 37061.25 \times x_3 - 0.5329362 \times x_4 - 31780.41 \times x_5 + 4139.27 \times x_6 + 0.0253283 \times x_7 + 576.1512 \times x_8 + 0.0076003 \times x_9 + 1.02e-06 \times x_{10} + 728.6194 \times x_{11} + 473.2038 \times x_{12} - 107.3874 \times x_{16}$$

(r) Correlate

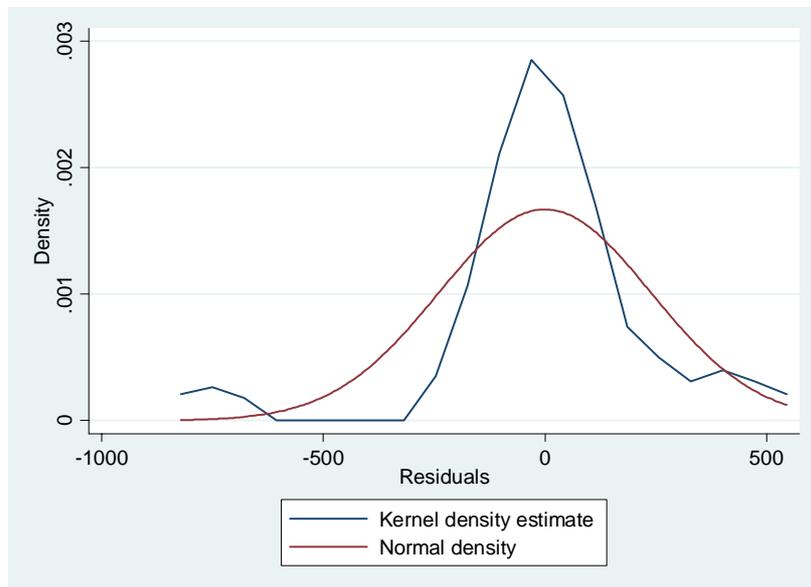
```
. correlate (obs=20)
```

	y	x1	x3	x4	x5	x6	x7	x8	x9	x10	x11	x12	x16
y	1.0000												
x1	-0.4078	1.0000											
x3	-0.7995	0.1212	1.0000										
x4	-0.5216	0.0302	0.3658	1.0000									
x5	-0.3621	0.9945	0.1328	0.0149	1.0000								
x6	-0.6375	0.9137	0.5031	0.1743	0.9129	1.0000							
x7	-0.5200	0.1784	0.3697	0.9765	0.1679	0.3095	1.0000						
x8	-0.7825	0.1129	0.9985	0.3750	0.1049	0.4967	0.5809	1.0000					
x9	-0.5637	0.0553	0.4470	0.9921	0.0200	0.2143	0.9661	0.4581	1.0000				
x10	-0.4722	0.0211	0.3004	0.9702	-0.0005	0.1317	0.9510	0.1134	0.9558	1.0000			
x11	-0.3252	0.9789	0.1335	0.0032	0.9948	0.9067	0.1585	0.1077	0.0086	-0.0201	1.0000		
x12	-0.4897	0.9566	0.3367	0.1004	0.9679	0.9789	0.2496	0.3321	0.1271	0.0635	0.9708	1.0000	
x16	-0.7265	0.7567	0.7174	0.2646	0.7602	0.9568	0.3781	0.7162	0.3259	0.2088	0.7621	0.8937	1.0000

(1)殘差圖常態分析

```
. kdensity r,normal
```

```
(n()) set to 20)
```

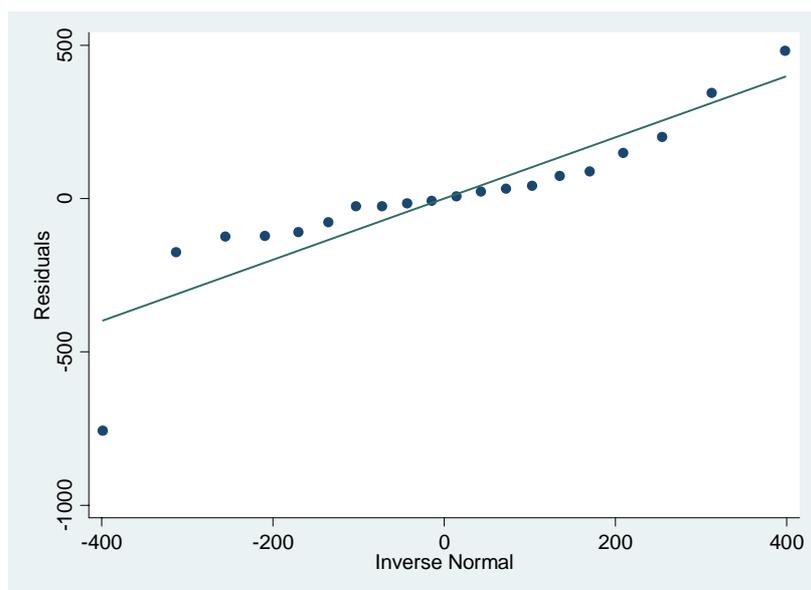


Symmetry 而且圖變的相當集中 =>(OK)

(2)殘差圖與 Normal Quantile

```
. predict r,resid
```

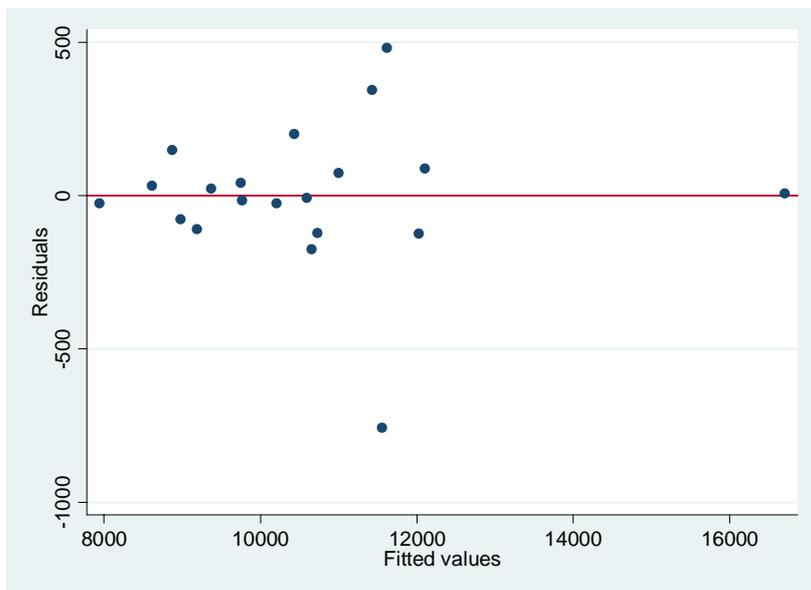
```
. qnorm r
```



45 度 =>(OK)

(3)殘差圖與預測值

. rvfplot, yline(0)



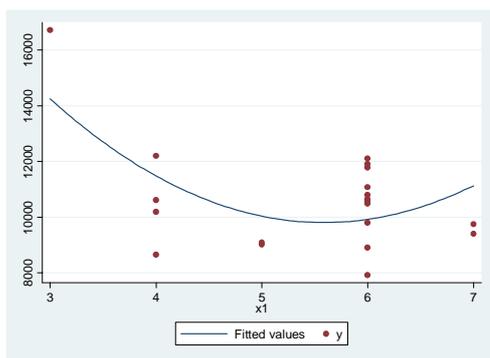
No pattern =>(OK)

(s) 畫圖

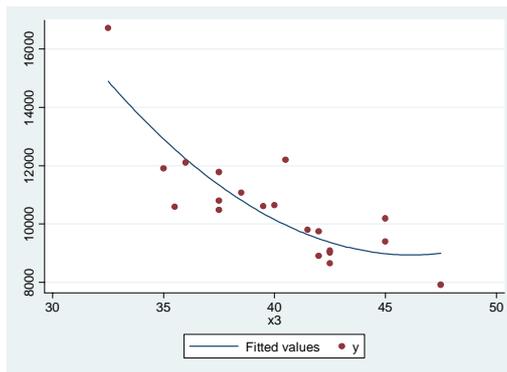
以下為y 與各項(x1、 x3、 x4、 x5、 x6、 x7、 x8、 x9、 x10、 x11、 x12、 x16)之迴歸線。



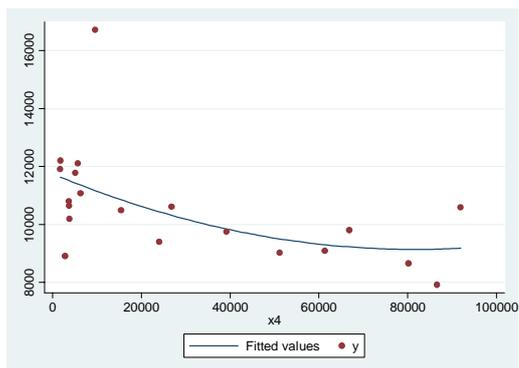
. twoway (qfit y x1) (scatter y x1)



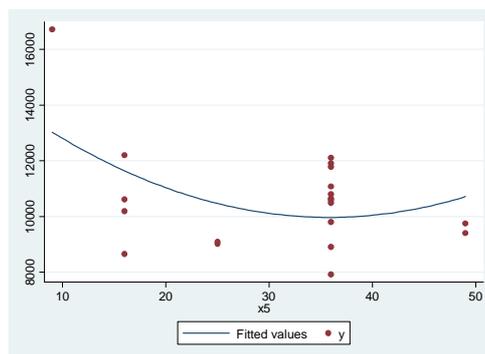
. twoway (qfit y x3) (scatter y x3)



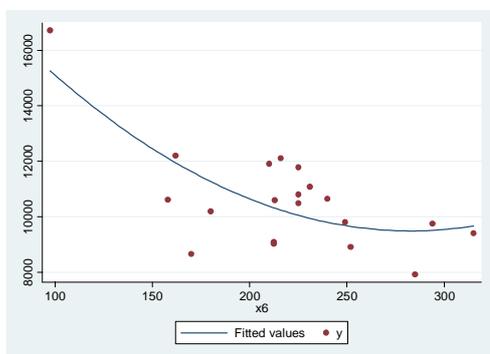
. twoway (qfit y x4) (scatter y x4)



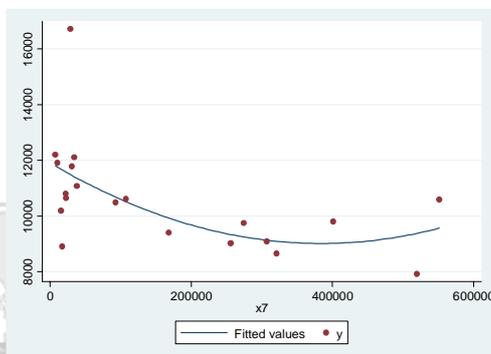
. twoway (qfit y x5) (scatter y x5)



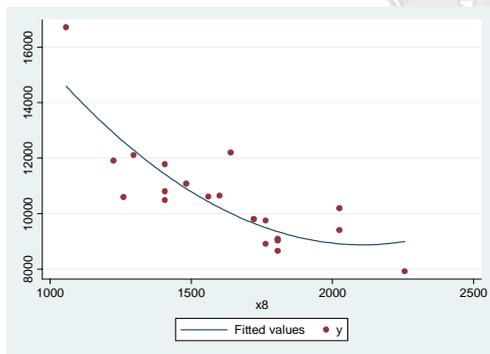
. twoway (qfit y x6) (scatter y x6)



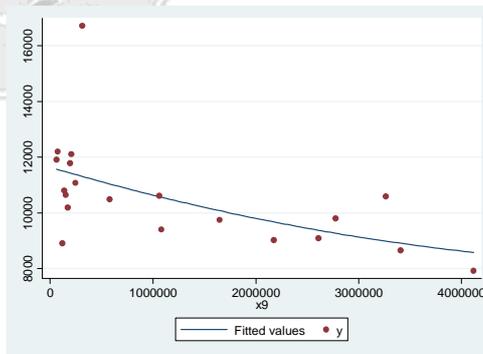
. twoway (qfit y x7) (scatter y x7)



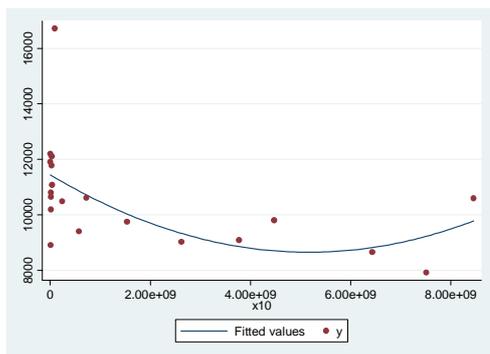
. twoway (qfit y x8) (scatter y x8)



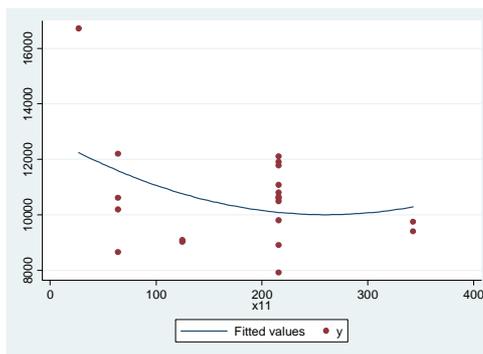
. twoway (qfit y x9) (scatter y x9)



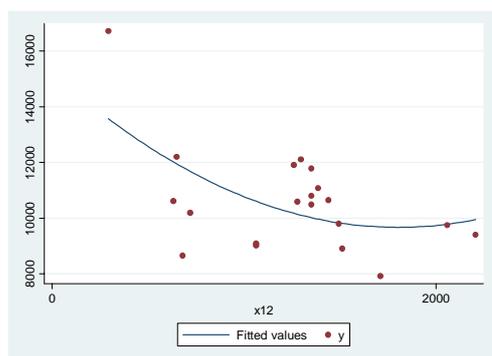
. twoway (qfit y x10) (scatter y x10)



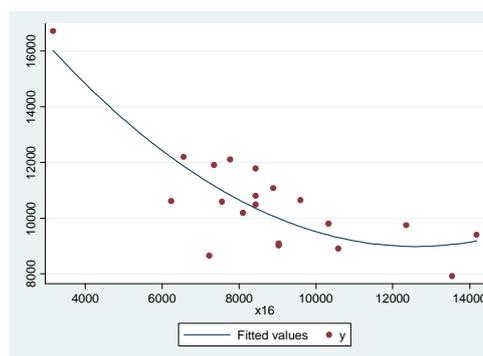
. twoway (qfit y x11) (scatter y x11)



. twoway (qfit y x12) (scatter y x12)



. twoway (qfit y x16) (scatter y x16)



(t)討論

只用線性迴歸(x1、 x3、 x4) 所得 R-square=79.05%

導入二次方項 $x5(=x1^2)$ 、 $x6(=x1*x3)$ 、 $x7(=x1*x4)$ 、 $x8(=x3^2)$ 、 $x9(=x3*x4)$ 、 $x10(=x4^2)$ 所得 R-square=95.91%

導入三次方項 $x5(=x1^2)$ 、 $x6(=x1*x3)$ 、 $x7(=x1*x4)$ 、 $x8(=x3^2)$ 、 $x9(=x3*x4)$ 、 $x10(=x4^2)$ 、 $x11(=x1^3)$ 、 $x12(=x1^2*x3)$ 、 $x16(=x3^2*x1)$ 所得 R-square=98.39%

經分析刪除沒用的自變數，確定可用之自變數之後，進一步對依變數轉換，採取的方式有三種[8]：(1)原值、(2)開根號轉換(3)對數轉換。分析結果如下：

	(1)依變數為原值	(2)依變數作開根號轉換	(3)依變數作對數轉換	(4)依變數作 $1/(y^2)$ 轉換	(5)自變數作冪級數展開
R-squared	0.800	0.821	0.837	0.8549 (本研究)	0.9839 (本研究)
Root MSE	931.79	4.008	0.03106	1.29e-9	393.46
還原 \hat{y}		847.8611	799.2260719	643.6749481	

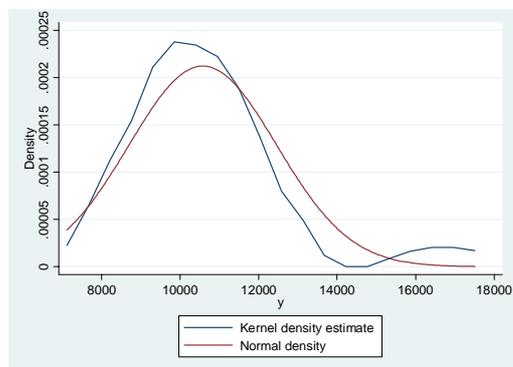
由於 Root MSE 無法比較，所以本研究將依變數還原，自行計算 MSE，可明顯看出 Root MSE 明顯比開根號及對數來的小，R-square 有明顯的改善。

(1)依變數為原值

. regress var1 var2 var3 var4 var5

Source	SS	df	MS			
Model	54098316.2	4	13524579.1	Number of obs =	20	
Residual	13023619.5	15	868241.299	F(4, 15) =	15.58	
Total	67121935.7	19	3532733.46	Prob > F =	0.0000	
				R-squared =	0.8060	
				Adj R-squared =	0.7542	
				Root MSE =	931.79	

var1	Coef.	Std. Err.	t	P> t	[95% Conf. Interval]	
var2	-536.3313	196.3344	-2.73	0.015	-954.8082	-117.8544
var3	.5506769	.7813089	0.70	0.492	-1.114644	2.215997
var4	-335.2841	61.94439	-5.41	0.000	-467.3154	-203.2527
var5	-.0331036	.0254107	-1.30	0.212	-.0872653	.0210581
_cons	27251.57	2492.486	10.93	0.000	21938.96	32564.18



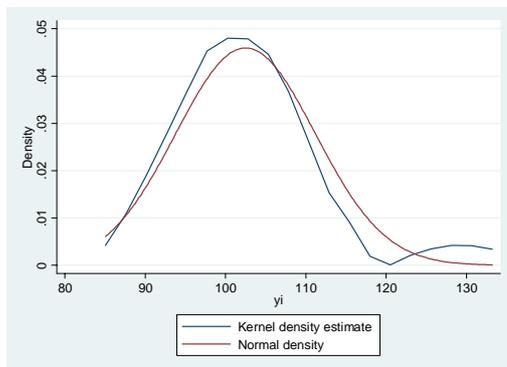
(2)依變數作開根號轉換[8]

. regress var1 var2 var4 var5

Source	SS	df	MS			
Model	1176.02062	3	392.006873	Number of obs =	20	
Residual	257.028357	16	16.0642723	F(3, 16) =	24.40	
Total	1433.04898	19	75.4236303	Prob > F =	0.0000	
				R-squared =	0.8206	
				Adj R-squared =	0.7870	
				Root MSE =	4.008	

var1	Coef.	Std. Err.	t	P> t	[95% Conf. Interval]	
var2	-2.309425	.843175	-2.74	0.015	-4.096876	-.5219741
var4	-1.536051	.2619604	-5.86	0.000	-2.091382	-.9807196
var5	-.0000799	.000031	-2.58	0.020	-.0001457	-.0000142
_cons	178.9174	10.68736	16.74	0.000	156.2612	201.5736

```
. generate yi=sqrt(y)
. kdensity yi,normal
(n) set to 20
```



對依變數 y 轉換 sqrt 後的 kernel density , 可看出比原數值更接近 normal。

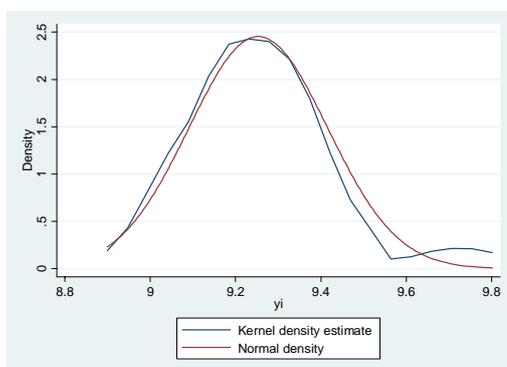
(3)依變數作對數轉換[8]

```
. regress var1 var2 var4 var5
```

Source	SS	df	MS			
Model	.079365023	3	.026455008	Number of obs =	20	
Residual	.015436317	16	.00096477	F(3, 16) =	27.42	
Total	.09480134	19	.004989544	Prob > F =	0.0000	
				R-squared =	0.8372	
				Adj R-squared =	0.8066	
				Root MSE =	.03106	

var1	Coef.	Std. Err.	t	P> t	[95% Conf. Interval]	
var2	-.0170609	.0065343	-2.61	0.019	-.030913	-.0032088
var4	-.0126312	.0020301	-6.22	0.000	-.0169348	-.0083275
var5	-6.98e-07	2.40e-07	-2.91	0.010	-1.21e-06	-1.89e-07
_cons	4.637724	.0828232	56.00	0.000	4.462147	4.813302

```
. generate yi=log(y)
. kdensity yi,normal
(n) set to 20
```



對依變數 y 轉換 log 後的 kernel density , 可明顯看出更趨近於 normal。

(4)依變數作 $1/(y^2)$ 轉換(本研究)

本研究除透過文獻[8]建議使用依變數取 log 及 sqrt，在採用 STATA 用 chi-square 找出 transformation，使 y 更近似 normal。顯示出最適合的為 $1/(y^2)$ 。

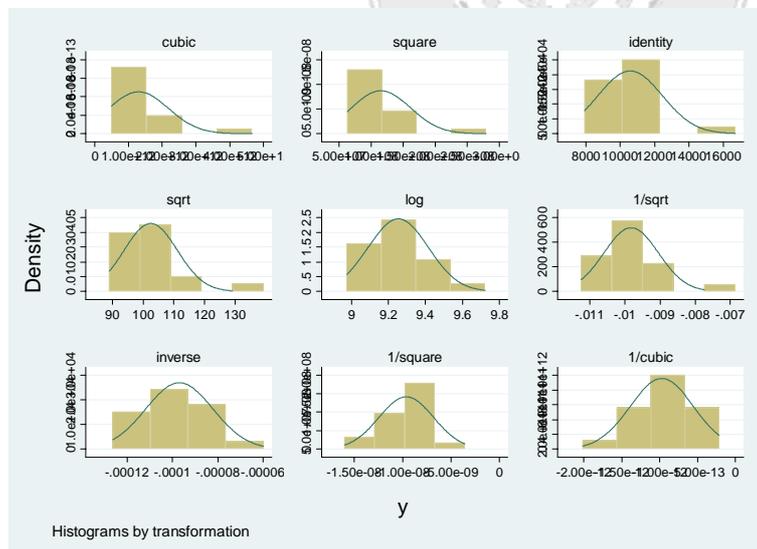
我們使用指令 **ladder** 來觀察哪種 transformation 後擁有最小的 chi-square 值。

```
. ladder y
```

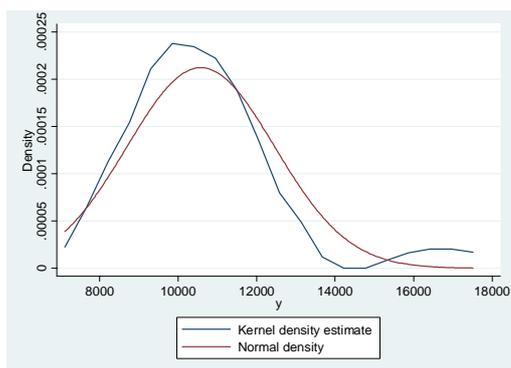
Transformation	formula	chi2(2)	P(chi2)
cubic	y^3	24.60	0.000
square	y^2	19.61	0.000
raw	y	13.36	0.001
square-root	\sqrt{y}	10.09	0.006
log	$\log(y)$	7.01	0.030
reciprocal root	$1/\sqrt{y}$	4.40	0.111
reciprocal	$1/y$	2.05	0.359
reciprocal square	$1/(y^2)$	0.74	0.689
reciprocal cubic	$1/(y^3)$	3.05	0.218

當中 reciprocal square transform 擁有最小的 chi-square 值 接下來證明轉換後的圖表使用指令 **gladder**。

```
.gladder y
```

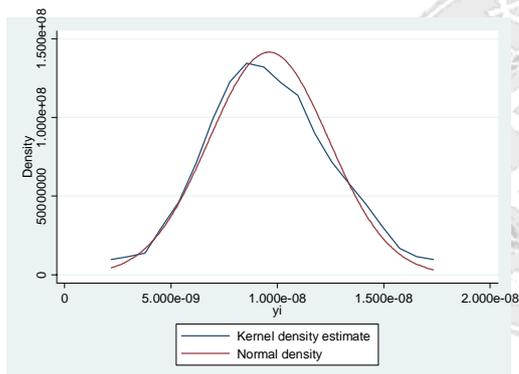


(a)轉換前 y 的 kernel density plot



(b)轉換後 y 的 kernel density plot

```
. generate yi = 1/(y^2)
. kdensity yi, normal
(n) set to 20
```



經過轉換後可看出 y 更近似常態分配。

```
. regress y x1 x3 x4
```

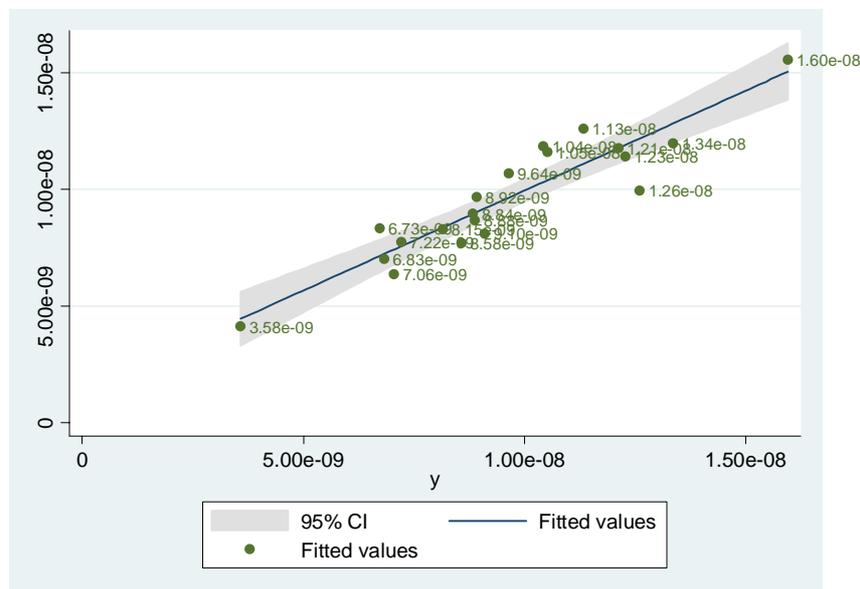
Source	SS	df	MS			
Model	1.2908e-16	3	4.3028e-17	Number of obs =	20	
Residual	2.1909e-17	16	1.3693e-18	F(3, 16) =	31.42	
Total	1.5099e-16	19	7.9470e-18	Prob > F =	0.0000	
				R-squared =	0.8549	
				Adj R-squared =	0.8277	
				Root MSE =	1.2e-09	

y	coef.	Std. Err.	t	P> t	[95% conf. interval]	
x1	4.16e-10	2.46e-10	1.69	0.111	-1.06e-10	9.38e-10
x3	5.05e-10	7.65e-11	6.61	0.000	3.43e-10	6.67e-10
x4	3.36e-14	9.06e-15	3.72	0.002	1.45e-14	5.28e-14
_cons	-1.39e-08	3.12e-09	-4.45	0.000	-2.05e-08	-7.26e-09

依變數取 $1/y^2$ 的 R-square 為 85.49%，比依變數取 sqrt 的 82% 及依變數取 log 的 83.72%都來的高。

(c) 依變數作 $1/(y^2)$ 轉換 \hat{y} 的信心區間

```
.twoway (lfitci hat y)(scatter hat y ,mlabel(y))
```



由於 R-square 為 85.49%，所以可看出 95%信心區間外仍有許多筆資料。

(5) 自變數作幕級數展開[4](本研究)

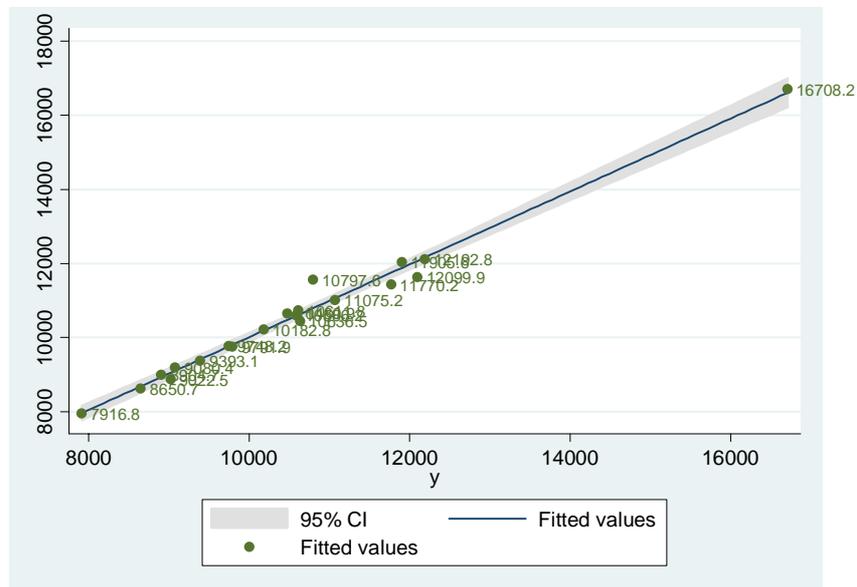
```
. regress y x1 x3 x4 x5 x6 x7 x8 x9 x10 x11 x12 x16
```

Source	SS	df	MS			
Model	66038274	12	5503189.5	Number of obs =	20	
Residual	1083661.74	7	154808.82	F(12, 7) =	35.55	
Total	67121935.7	19	3532733.46	Prob > F =	0.0000	
				R-squared =	0.9839	
				Adj R-squared =	0.9562	
				Root MSE =	393.46	

y	Coef.	Std. Err.	t	P> t	[95% Conf. Interval]	
x1	78305.7	28757.1	2.72	0.030	10305.97	146305.4
x3	-37061.25	11818.9	-3.14	0.016	-65008.51	-9113.985
x4	-.5329362	.126331	-4.22	0.004	-.8316614	-.2342109
x5	-31780.41	10436.3	-3.05	0.019	-56458.33	-7102.494
x6	4139.27	1514.681	2.73	0.029	557.6197	7720.921
x7	.0253283	.0054049	4.69	0.002	.0125476	.0381089
x8	576.1512	179.7195	3.21	0.015	151.182	1001.12
x9	.0076003	.0020654	3.68	0.008	.0027164	.0124842
x10	1.02e-06	3.79e-07	2.68	0.032	1.19e-07	1.91e-06
x11	728.6194	352.1629	2.07	0.077	-104.1135	1561.352
x12	473.2038	149.6265	3.16	0.016	119.3933	827.0142
x16	-107.3874	33.29563	-3.23	0.015	-186.1191	-28.65577
_cons	444277.6	136774	3.25	0.014	120858.6	767696.7

(a) 冪級數展開 \hat{y} 信賴區間(本研究)

.twoway (lfitci hat y)(scatter hat y ,mlabel(y))



本研究冪級數展開後 R-square 高達 98.39% , \hat{y} 的 95%信心區間。由圖可看出 20 筆當中，僅有案例 11 為 10797.6 不在信賴區間當中。



(u) Fitted value \hat{y}

本研究藉由 Fitted value \hat{y} ，來觀察所建立 Model 資料的平均相對誤差。

(1) 依變數為原值

$$\hat{y} = 27112.17 - 544.13 * x_1 - 327.31 * x_3 - 0.02 * x_4$$

個數	y	Fitted value	相對誤差(%)
1	8650.7	9632.954	11.3546187
2	7916.8	7312.915	7.62789258
3	9022.5	9733.938	7.88515378
4	9080.4	9612.512	5.86000617
5	10611.8	11407.1	7.49448727
6	10182.8	10101.52	0.79820874
7	12192.8	11600.12	4.86090152
8	9748.2	8829.965	9.41953386
9	9393.1	8053.496	14.261575
10	11770.2	11576.01	1.64984452
11	10797.6	11556.42	7.02767282
12	11905.6	12366.69	3.87288335
13	10480.9	11294.3	7.7607839
14	9791.9	8857.887	9.53862887
15	8904.7	9994.603	12.2396375
16	11075.2	11334.46	2.34090581
17	10636.5	10740.38	0.97663705
18	12099.9	12010.98	0.73488211
19	16708.2	14805.34	11.3887792
20	10586.2	10734.41	1.40003023
		平均相對誤差=	6.42465315

(2)依變數作開根號轉換後進行還原

$$\hat{y} = 178.92 - 2.31 * x_1 - 1.54 * x_3 - 0.00008 * x_4$$

個數	y	Fitted value \hat{y}	相對誤差(%)
1	8650.7	9567.829001	10.60178789
2	7916.8	7221.219695	8.786126765
3	9022.5	9569.268897	6.060062479
4	9080.4	9410.458937	3.63485639
5	10611.8	11385.04365	7.286621812
6	10182.8	10015.27623	1.645240583
7	12192.8	11484.42296	5.809776623
8	9748.2	9012.339803	7.548671651
9	9393.1	8377.330851	10.813999
10	11770.2	11427.03189	2.915652209
11	10797.6	11452.49275	6.065171189
12	11905.6	12325.67132	3.52832355
13	10480.9	11251.99897	7.357113121
14	9791.9	9177.256804	6.277058037
15	8904.7	10030.77564	12.64585234
16	11075.2	11080.03812	0.043638857
17	10636.5	10641.9856	0.051590329
18	12099.9	11917.11076	1.510585992
19	16708.2	14683.02195	12.12085945
20	10586.2	10616.38432	0.285052682
		平均相對誤差=	5.749402048

(3)自變數作對數轉換後進行還原

$$\hat{y} = 4.64 - 0.017 * x_1 - 0.013 * x_3 - 0.0000007 * x_4$$

個數	y	Fitted value \hat{y}	相對誤差(%)
1	8650.7	9476.849855	9.550092601
2	7916.8	7496.680464	5.306683799
3	9022.5	9546.210355	5.804492645
4	9080.4	9391.068319	3.421306542
5	10611.8	11266.49945	6.16954203
6	10182.8	9963.868793	2.150009912
7	12192.8	11393.49589	6.555541862
8	9748.2	9128.722387	6.354789762
9	9393.1	8572.687644	8.734202313
10	11770.2	11431.09937	2.881009834
11	10797.6	11458.47971	6.120616666
12	11905.6	12361.03966	3.825423917
13	10480.9	11243.82299	7.279174497
14	9791.9	9214.016805	5.901645278
15	8904.7	10066.41892	13.04613198
16	11075.2	11082.12387	0.062516759
17	10636.5	10653.54145	0.16021682
18	12099.9	11930.81194	1.397433551
19	16708.2	14768.58885	11.60873791
20	10586.2	10538.04382	0.454895923
		平均相對誤差=	5.33922323

(4)依變數作 $1/y^2$ 轉換(本研究)

$$\hat{y} = -1.39e-8 + 4.16e-10 * x_1 + 5.05e-10 * x_3 + 3.36e-14 * x_4$$

個數	y	Fitted value \hat{y}	相對誤差(%)
1	8650.7	9128.709292	5.525671816
2	7916.8	8032.193289	1.457574892
3	9022.5	9365.858116	3.805576235
4	9080.4	9245.00327	1.812731492
5	10611.8	10752.06661	1.321798483
6	10182.8	9667.36489	5.061821007
7	12192.8	10963.22524	10.0844331
8	9748.2	9284.766909	4.754037578
9	9393.1	8908.708064	5.156891082
10	11770.2	11366.57232	3.42923379
11	10797.6	11403.4649	5.611107089
12	11905.6	12529.40028	5.239553452
13	10480.9	11117.97618	6.078449168
14	9791.9	9205.746179	5.986109141
15	8904.7	10030.13568	12.63867035
16	11075.2	10983.04428	0.832090754
17	10636.5	10564.42818	0.677589582
18	12099.9	11952.28609	1.219959724
19	16708.2	15579.42382	6.755821565
20	10586.2	10179.73197	3.839602774
		平均相對誤差=	4.564436154

經由此種轉換方式，可看出明顯比 log 及 sqrt 的 R-square 還來的大，Root MSE 來的小，透過 chi-square 建議之最佳轉換，有明顯的改善。

(5)自變數作冪級數展開(本研究)

regression line (非線性)[3] :

$$\hat{y} = 444277.6 + 78305.7 * x_1 - 37061.25 * x_3 - 0.5329362 * x_4 - 31780.41 * x_5 + 4139.27 * x_6 + 0.0253283 * x_7 + 576.1512 * x_8 + 0.0076003 * x_9 + 1.02e-06 * x_{10} + 728.6194 * x_{11} + 473.2038 * x_{12} - 107.3874 * x_{16}$$

個數	y	Fitted value \hat{y}	相對誤差(%)
1	8650.7	8617.832	0.379946
2	7916.8	7941.909	0.317161
3	9022.5	8873.628	1.650008
4	9080.4	9190.648	1.214132
5	10611.8	10733.34	1.145329
6	10182.8	10207.25	0.240111
7	12192.8	12105.42	0.716652
8	9748.2	9764.294	0.165097
9	9393.1	9370.569	0.239868
10	11770.2	11426.14	2.923145
11	10797.6	11555.55	7.019615
12	11905.6	12029.65	1.041947
13	10480.9	10655.24	1.663407
14	9791.9	9750.694	0.420817
15	8904.7	8982.274	0.871158
16	11075.2	11002.33	0.657957
17	10636.5	10435.51	1.889625
18	12099.9	11618.56	3.978049
19	16708.2	16701.76	0.038544
20	10586.2	10593.4	0.068013
		平均相對誤差=	1.332029044

將依變數取對數轉換後之平均相對誤差為 5.33922323%，自變數作冪級數展開後，平均相對誤差為 1.332029044%，由此可見冪級數之效用，相對誤差降低約 4%。

(v)預測

由於本研究僅提供 25 個案例，其中 20 個案例落入 95%信賴區間，作為 Model，所以本研究，僅取兩個案例進行分析，透過依變數作對數轉換及自變數作冪級數作之比較。

(1)依變數取對數

			y	x1	x2	x3	x4	預測值 \hat{y}	相對誤差
個數	標段	日期	上段單位造價	廠商數	橋長	跨徑平均	總面積		
			(元/平方公尺)	(家數)	(公尺)	(公尺)	(平方公尺)		(%)
1	C326	8809	10848.2	6	240	35	1800	12070.91	11.271083
2	C326	8809	10124.7	6	208	33	1598	12819.804	26.619104
								平均相對誤差=	18.945094

(2)自變數作冪級數展開

			y	x1	x2	x3	x4	預測值 \hat{y}	相對誤差
個數	標段	日期	上段單位造價	廠商數	橋長	跨徑平均	總面積		
			(元/平方公尺)	(家數)	(公尺)	(公尺)	(平方公尺)		(%)
1	C326	8809	10848.2	6	240	35	1800	12022.63	10.826036
2	C326	8809	10124.7	6	208	33	1598	11673.02	15.292502
								平均相對誤差=	13.059269

經由這兩個案例可看出，預測之由 18.95%降低至 13.06%相對誤差有大幅的降低 6%。

Part IV. Reference

1. Moore DS , McCabe GP , Introduction to the Practice of Statistics , W.H. Freeman and Company , New York (2005)
2. Masri SF , "A Hybrid Parametric/Nonparametric Approach for the Identification of Nonlinear Systems " Probabilistic Engineering Mechanics Vol. 9 pp.47-57 (1994)
4. Lin JW, Betti R, " On-line Identification and Damage Detection in Non-linear Structural Systems Using a Variable Forgetting Factor Approach," *Earthquake Engineering and Structural Dynamics*, Vol. 33(4), pp. 419-444 (2004).
5. 林正紋、徐培哲、蔡岫霓、王澤穎，2005，Kalman Filter 與統計推論的模式應用於公共工程決標價格預測之研究，逢甲大學，ePaper。
6. 黃志偉，2005，全國大專院校(大學與獨立學院)學生人數逐年變化之系統模型建制與評估，逢甲大學，ePaper
7. 呂宗懋，2004，公共工程標價與標案規模之實證研究-以橋樑工程為例，國立高雄第一科技大學，碩士論文
8. 陳景堂，2003，「統計分析 SPSS FOR WINDOWS 入門與應用」，儒林圖書。
9. 趙耐青，Stata 軟體基本操作和資料分析入門。



Part V. Appendix

(1) C311 標 (通宵段、大甲段及大甲溪收費站、大甲工務段工程) :

本標工程範圍包含通宵及大甲二段,通宵段自西湖鄉四湖村苗33鄉道南側起至通宵鎮孫厝村縣道121 以北約300 公尺處 (STA.36k+780~STA.45k+100) 止,大甲段自苑裡、大甲交界處北側約600 公尺起至台中日南鄉道中6 以北約30 公尺處 (STA.54k+50 033~STA.57k+650) ,此兩段合計主線全長約11,470 公尺,均為六線道,南下北上線採合併式。主要橋樑工程長約2,700 公尺。主要工法為「節塊推進工法」與「支撐先進工法」。訂約日期為民國87 年2 月9 號,施工期限為1,210 個日曆天。工程合約總價為新台幣3,315,888,000 元整。

(2) C314 標 (外埔段工程) :

本標工程起自STA.60k+970 大甲鎮鐵山村鄉道中24 以南約500公尺處至水美村大甲溪北峰及本路段終點STA.65k+120 處止,主線全長約4,150 公尺,均為六線道,南下北上線採合併式,並於STA.62k+620 處設置大甲交流道乙座。主要橋樑工程長約1,31 234公尺。主要工法為「預鑄節塊推進工法」與「支撐先進工法」。訂約日期為民國87 年3 月10 日,施工期限為1,180 個日曆天。工程合約總價為新台幣1,596,000,000 元整。

(3) C513 標 (五結羅東段橋樑及羅東交流道工程) :

本標為高速公路主線,自宜蘭縣蘭陽溪南岸約1 公里處起,向南延伸至羅東鎮新群北街南側20 公尺處止。本標包括北宜高速公路五結羅東段主線、羅東交流道北側、羅東交流道南側,及匝道收費站等工程,五結羅東段主線全長約3,338 公尺 (STA.13k+882~STA.17k+220) ,主線全線建高架橋,主要橋樑工程長約為3,338公尺。主要工法為「支撐先進工法」。訂約日期為民國90 年6 月27 日,施工期限為852 個日曆天。工程合約總價為新台幣2,775,000,000 元整。

(4) C515 標 (冬山蘇澳段橋樑工程) :

本標工程地點位於宜蘭縣冬山鄉境內,主線跨越冬山河交會茄荖路北側100 公尺附近起,向南至一30-3 鄉道南側60 公尺處止。本標主要為冬山蘇澳段 (STA.19k+219~STA.22k+985) 主線高架橋工程,全長約3,766 公尺,主要橋樑工程長亦約3,766 公尺。主要工法為「支撐先進工法」。訂約日期為民國90 年6 月13 日,施工期限為883 個日曆天。工程合約總價為新台幣1,688,000,000 元整。

(5) C326 標 (烏溪一號橋及彰濱交流道工程) :

本標工程包括主線和彰濱交流道。工程起點北街第二高速公路大甲彰濱段第 C325A 標工程,位於龍井鄉烏溪右岸堤防處,沿河岸量距距下游台17 省道約1.8

公里，起點里程南下線為STA.87k+077，北上線為STA.87k+091，起點後約2 公里路線跨越烏溪左岸待建和美堤防計劃堤線，由全興工業區東南隅之外緣通過，自此路線沿烏溪左岸堤防後附近佈設直至終點，陸域段距水道治理計劃線最遠僅約14 公尺，終點里程為STA.91k+970，路線長度南下線約為4,893 公尺，北上線約為4,889 公尺，主要橋樑工程長約3,886 公尺。主要工法為「懸臂工法」與「支撐先進工法」。訂約日期為民國88 年9 月29 日，施工期限為840 個日曆天。工程合約總價為新台幣2,400,000,000 元整。

(6) C328 標 (彰化系統交流道工程) :

本標工程包括主線及彰化系統交流道。主線里程

(STA.93k+840□STA.96k+595)，全線長約2,755 公尺。工程起點北銜C327 標彰化二號高架橋，位在和美鎮中寮地區，終點銜接C327 標彰化四號高架橋，位在彰化市寶寶里，路線大致沿烏溪左岸蔡公寮和寶寶堤堤後佈設。沿堤量距，起點約在中山高西側2 公里，終點約在中山高東側0.8 公里。全線在和美鎮路段長約0.6 公里，彰化市路段長約2.2 公里。雙Y 型彰化系統交流道銜繫本工程主線與中山高。本標主線為以橋樑構築，是為彰化三號高架橋，主要橋樑工程長約2,755 公尺。主要工法為「支撐先進工法」。訂約日期為民國88 年9 月27 日，施工期限為840 個日曆天。工程合約總價為新台幣2,454,000,000 元整。

(7) C329 標 (快官交流道工程) :

本標工程位在彰化縣東北隅快官地區之台1 省道以東、台14 丙省道以北近烏溪堤防處，工程起點 (STA.98k+647) 位於彰化市三村莊東北方300 公尺與田中央一號堤防交會處，終點位於彰化市田中庄社區以南約400 公尺處，接二高後續計劃快官草屯段，南下線終點 (STA.101k+639)，北上線終點 (STA.101k+621)。本工程主線南下線全長約2,992 公尺，北上線全長約2,974 公尺，以位在主線與彰濱台中線快速公路快官台中段之交叉點之快官交流道為主體。本標主線以橋樑構築，即彰化五號高架橋，主要橋樑工程長約2,983 公尺。主要工法為「支撐先進工法」。訂約日期為民國90 年7 月29 日，施工期限為900 個日曆天。工程合約總價為新台幣2,248,000,000 元整。