

## 應用模糊理論於數位學習成效評量模式建構之研究

陳振東

林宸瑩

盧琬婷

徐姿燕

國立聯合大學

國立聯合大學

國立聯合大學

國立聯合大學

資訊管理學系主任暨

資訊管理學系

資訊管理學系

資訊管理學系

管理研究所教授

beauty06170

eett1122

ctchen@nuu.edu.tw

@nuu.edu.tw

ntnast@gmail.com

@yahoo.com.tw

### 摘要

隨著網路技術的快速發展，數位學習已成為未來學習的重要趨勢。雖然已有不少數位學習系統陸續開發完成，但對於數位環境的學習成效評量研究卻十分罕見。事實上，學習成效乃是衡量學習者學習成果的指標，亦可作為判定學習活動是否繼續辦理之依據。學習評量結果的回饋，是為了讓學習者瞭解自己的學習情況，進而找尋適當的資源來繼續學習，以提高學習效果。然而，傳統的評量方式常以考試的分數高低來評量學習者的學習成果。但是，學習是動態的過程，會因時間不同而產生質和量的變化，所以應注重學習者學習的軌跡和改變的情形。因此，傳統以明確分數的學習評量方式，並不能完全呈現學習者的學習成效。

為此，本研究乃以模糊理論為基礎，針對網路環境提出數位學習成效的評量模式，以提供學習者了解自我的學習成效。本研究應用語意變數表達學生成績間之差異，以具體方式顯示學生的學習成效，提供更多資訊以供參考。藉此學習評量模式，給予學習者等第評比，使教師能更準確了解教學狀況及學生學習狀況，學生也能清楚自己的學習狀況。

**關鍵詞：**學習成效評量、數位學習、模糊理論、語意變數

### 1. 前言

近年來由於資訊科技的蓬勃發展，提供數位學習一個成熟的發展環境。網際網路與全球資訊網可說是二十世紀末最熱門且影響最深遠的資訊技術，以網路為教學環境的電腦輔助教學系統，更是不可或缺的一環。

數位學習已是世界各國全面發展的教育趨勢，美國在1996年公佈第一份「國家教育科技計畫」，主題為「讓全美學生皆準備好進入21世紀：面對科技素養的挑戰」。在歐洲於2000年提出「數位歐洲：全民共享的資訊社會」計畫，強調將資訊科技整合進教育系統中。為達到未來社會的需求，國家需將資訊科技整合進教育體系，以幫助下一代擁有學習、創造性思考及溝通的技能，因這是生產未來卓越工作力的關鍵[13]。

為因應世界各國全面發展數位學習的趨勢，我國於民國91年提出「挑戰2008」數位學習國家型科技計畫，目的在於希望藉助政府的政策導引，推動全民數位學習，以提升知識經濟時代的國家整體競爭力[13]。在正式教育系統方面，中小學以民國90年教育部所定的「中小學資訊教育總藍圖」為發展綱領[11]，目的為培養學生運用資訊科技、主動學習與創新思考的能力。在民國94年達到建立逾600所（20%）發展資訊教學特色的種子學校，教師均能運用資訊科技融入教學，且教學活動時間達20%，教材全面上網，及各學習領域具備豐富且具特色的教學資源。

一般傳統學習是在教室進行授課，學生和教師面對面討論並提出疑問，提高講述力，學習狀況一目了然，教師可視學生的學習狀況立即改變授課方

式，學生若有疑問可馬上提出，立即獲得答案，不需回家自行尋求解答，因此即時解答力強，使學習更加輕鬆。相對的，傳統學習有幾個缺點，使得數位學習可取代部分傳統方式。因為傳統學習採用固定時間、地點的上課方式，較制式化。下課後，學生須自行回家複習，同樣的教材，老師不會一再重覆，因此學生會養成上課作筆記的方式，但筆記畢竟能記的不多，無法完整呈現課堂上的知識，若課堂後不自行複習，課堂所學會漸漸被遺忘。

數位學習可突破傳統學習的時空限制，不再侷限於課堂中，24 小時只要在有網路的地方，隨時隨地都可進行學習。由於網際網路發達的關係，蒐集資料取得知識或資源也較以往容易，若教學平台建立得當也可記錄學習歷程、成效。同時，可利用多媒體影音的方式進行互動，不但可傳送影像、圖片、文章，更可有效散佈資源及知識。

教師們漸漸採用數位學習評量來評估學習者的學習成效。如此，不但節省教師閱卷時間，也減少人工失誤而改錯分數。然而，一般的電腦適性測驗採用試題反應理論，依答題結果來估算能力，容易忽略受試者在評量過程中之知識狀態[5]。若是以評量分數就代表一個學生學習的程度，似乎太過不容觀，因為除了學生本身的學習成果，還包括試卷題目的難易程度、整體學生的素質差異，都會影響學生的學習成果。

由國內外紛紛提出數位學習相關計畫可見數位學習的重要，數位學習與傳統學習相較下，不單只在工具層面的不同，其代表的是一個新的訓練和教育概念，許多的理論及議題仍需探索。為瞭解數位學習與傳統學習之學習結果有何不同，近年來國內外有許多相關研究探討。然而，研究面向多著重於最終學習結果及影響這些學習結果的可能原因，對數位學習的學習成效評量的探討較為缺乏。

由於傳統學習評量考慮的不夠周延，無法充分表達學生的成績、學習的成效、評定的結果太過主觀與絕對。本研究將利用模糊理論為基礎，建構一個學習成效評估模式，並於網路環境下開發數位學習成效評量系統，以改善傳統評量的缺失。

## 2. 相關文獻

### 2.1 數位學習

數位學習 (E-learning) 指的是以數位工具，透過有線或無線網路，取得數位多媒體教材，進行線上或離線之學習活動[3]。數位學習教材內容的生動活潑，並非只是面對面的學習，而是運用科技創造有特色的教學環境，使學習者可集中注意力，且對上課內容較感興趣，因而提高學習意願，進而使得學習成績進步。學習者在學習過程中，透過同學間彼此討論及互動，而對學習內容有深入瞭解，從而提高了學習成績。數位學習帶給師生最重要的改變在於提供學習者一個彈性的學習環境，使課程可更符合學生個人化需求，進而使得學生學得更好[15]。

黃貝玲[12]指出，線上學習所提供的學習模式是一全新之模式，而與傳統方式不同，學習者必須瞭解自身的需求，再組合而成為自己最適的學習內容，並且尊重個別學習者的差異與適性的自主自我掌握學習節奏，比起一般傳統的課堂學習方式更能精簡學習時間，而收到事半功倍的成效。

### 2.2 學習成效評量

學習評量是教學歷程中相當重要的一環，可用來檢討教學目標與教學活動，目的是瞭解學習者在認知、情意及技能方面內隱，且無法用肉眼觀察的心理特質。王文中等人[2]在評量理論中談到：「評量不僅是施測和評分而已，更重要的是對考試或測驗的分數進行解釋與價值判斷」。由此我們可知評量後僅給予學生成績並無太大的幫助，若在給予成績的同時，讓學生知道成績所代表的意義，則評量的功能才能夠彰顯。

學習成效乃是衡量一個學習者學習成果的指標，亦可作為判定學習活動是否繼續辦理之依據。而評量結果的回饋，是為了讓學習者瞭解自己的學習情況，而不是據此作為懲罰學習者的依據，是要使學習者瞭解本身的不足之處，進而找尋適當的資源來繼續學習。所以，評估的結果是必須再回饋於系統的維護、改進。

### 2.3 模糊理論應用於學習評量

模糊理論 (Fuzzy Theory) 是 Zadeh[17]於 1965 年所提出的理論。它是一門模仿人類思考，處理存在於所有物理系統中的不精確本質的數位控制方法學。模糊理論認為，人類的思考邏輯是模糊的，

即使是條件和資料不明確時，仍必須作下判斷。這一類的模糊性語詞，它的界定都相當不明確。

近年來，已有不少學者應用模糊理論於學習評量。吳德仁[4]應用模糊理論與不確定推理在教學系統，剖析學習紀錄，以診斷出學習概念上的迷思之現象及關鍵學習概念點，並結合模糊理論，建立學習成效分析解釋介面。沈逸萍[7]提出藉由模糊綜合評判，探討不同於加權平均計算的學生學習成就總體評量方式，發展出一套模糊總體評量系統，期能對學生之總體評量更具點理性及周延性。莊仲寧[10]以實施九年一貫課程的國小一年級學生的期末成績資料為研究對象，應用模糊數學方法綜合評量各學習領域的成績。林宜慶[8]將模糊理論應用於學習程度評量，把每一次的評量分數轉換成學習程度的語意變數，再利用模糊語意綜合評量模式整合各次的語意程度值，計算每位學生的學習程度語意變數值。幫助教學單位快速了解學生的學習程度及狀況，作為教學改進的參考，提升學習成效。

吳世宏[6]以模糊理論為基礎，針對非限制性答案的評量應用分析層級程序法（AHP）定出評量領域中各評定項目的權重，藉由語意變數來表達教師對於學生在各項評定項目施測結果的感知程度。吳孟勳[5]應用模糊集合理論與試題反應理論之學習評量模式，整合主觀與客觀的受試者評量資訊，籍以改善一般電腦適性測驗系統未能考量知識狀態差異之缺失。

由於絕對的成績不能代表學生的學習程度，也無法清楚表達學生的學習狀態，因此綜合以上研究，更能肯定運用模糊理論在學習評量上佔有一定的地位。然而，上述的研究大都並未針對數位環境提供即時性的學習成效評量。這也是本研究的主要目的之一。

### 3. 模糊理論

#### (一) 模糊集合

模糊集合（Fuzzy Sets）是指用來表示界限或邊界不分明，且具有特定性質事務的集合。目的在解決現實環境中之不確定性（Uncertainty）與模糊性（Fuzziness）資料。模糊集合的表示法會因為對象、環境、描述者的主觀意識不同而不同。

所謂模糊集合，意即某種集合元素屬於該集合的程度，用 0 和 1 之間的某個數值來表示的方法。它以隸屬函數值（Membership Function）來描述某個元素屬於某個集合的程度，並給予 0 和 1 之間的一個數值來表示。這個數值就稱為該元素隸屬於模糊集合的隸屬度[17]。

#### (二) 三角模糊數

三角模糊數以  $\tilde{M} = (a, b, c)$  表示且  $a \leq b \leq c$ ，如圖 1 所示。當  $a > 0$  時，稱  $\tilde{M}$  為正三角模糊數(Positive Triangular Fuzzy Number; PTFN)。三角模糊數  $\tilde{M}$  的隸屬函數定義如下[16]：

$$\mu_{\tilde{M}}(x) = \begin{cases} \frac{x-a}{b-a}, & a \leq x \leq b \\ \frac{c-x}{c-b}, & b \leq x \leq c \\ 0, & \text{otherwise} \end{cases} \quad (1)$$

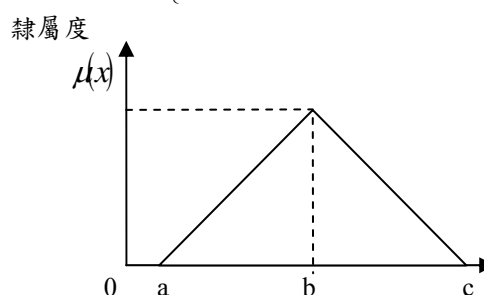


圖 1 三角模糊數

#### (三) 語意變數

日常生活中，常用一些形容詞來描述事件。如「成績很好」。「很好」這個形容詞其實就是「成績很高」，成績是一個變數，而「好」是該變數的「值」。這以「語句」形容某個變數的語句我們稱為語意變數（Linguistic Variables）[1]。

#### (四) 解模糊化（Defuzzification）

解模糊化是把一個模糊集合  $B(y)$ ,  $y \in Y$ ，轉換至一個明確值  $y^*$  的動作，也就是說找一個最適合代表模糊集合  $B(y)$  的明確點  $y^* \in Y$ 。解模糊化必需符合三點原則：(1) 合理性 (2) 計算簡單 (3) 連續性[1]。

#### 4. 學習成效評估模式

在評量學生的學習成效，其本身具有多種屬性，在評價的過程中，必需對多個相關的因素作綜合性的考慮。模糊綜合評判是在模糊環境下，為了某種目的對一事物作出綜合決策的方法[7]。因此，本研究採模糊綜合評判法對學生線上學習成效予以評量。評量型態分成二種，包括平時線上練習，以「即時方式」來計算成績並評量個別學生學習成效；以及模擬考形式，以「批次處理」方式來評量所有學生的學習成效。

##### 4.1 即時性評估

###### 步驟一、設定評量因素集

綜合評判的多種因素組成的集合，稱為因素集，以  $U$  來表式，即  $U = \{\mu_1, \mu_2, \dots, \mu_m\}$ ， $\mu_i$  表示  $i$  個影響因素， $i=1,2,\dots,m$ 。在即時學習評量中，將試題分為「難」、「中」、「易」程度即為評量因素集，亦即因素集為： $U = \{\text{難}(\mu_1), \text{中}(\mu_2), \text{易}(\mu_3)\}$ 。

###### 步驟二、建立各類题目的比例

一般而言，因素集中各因素對被評理事物的影響是不一致的，所以因素的權重分配是  $U$  上的一個模糊向量。我們依據評量因素集，對各評量因素  $\mu_i$  給以一相對應權重  $a_i (i=1,2,\dots,m)$ ，

且  $\sum_{i=1}^m a_i = 1, a_i \geq 0, i=1,2,\dots,m$ 。亦可以模糊集

合表示為：

$$\tilde{A} = \sum_{i=1}^m \frac{a_i}{\mu_i} \quad (2)$$

本研究假設平時測驗試題難易度題目比例，分別為難等 30%，中等 30%，易等 40%。則因素比例集為：

$$\tilde{A} = \frac{0.3}{\mu_1} + \frac{0.3}{\mu_2} + \frac{0.4}{\mu_3} = (0.3, 0.3, 0.4)$$

###### 步驟三、建立隸屬函數

依答對「難」、「中」、「易」等試題之題數，設定評量語意的隸屬函數，分別如圖 2、3、4 所示。評價集是對評量對象各種評判結果之語意變數所組成的集合  $V = \{v_1, v_2, \dots, v_n\}$ ，即  $V = \{\text{優, 甲, 乙, 丙, 丁}\}$ ，

設其權重數量化為  $V = \{5, 4, 3, 2, 1\}$ ，再將其歸一化評價水準集為  $V = \{1, 0.8, 0.6, 0.4, 0.2\}$ 。

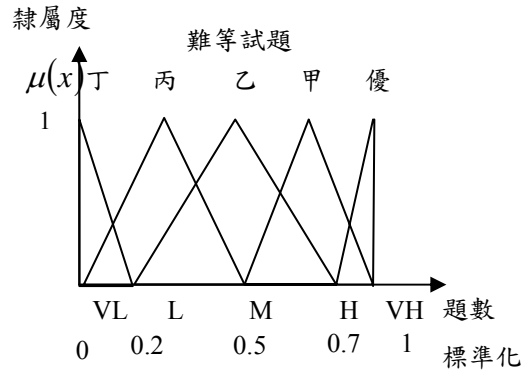


圖 2 難等試題之模糊隸屬函數

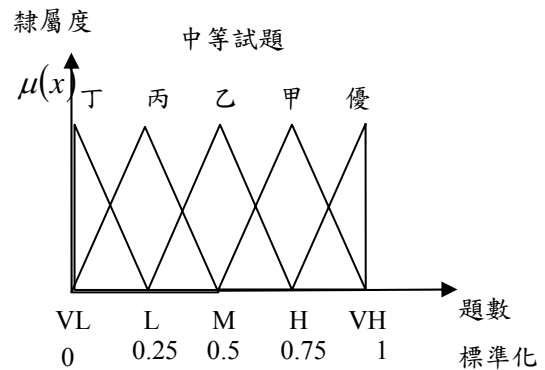


圖 3 中等試題之模糊隸屬函數

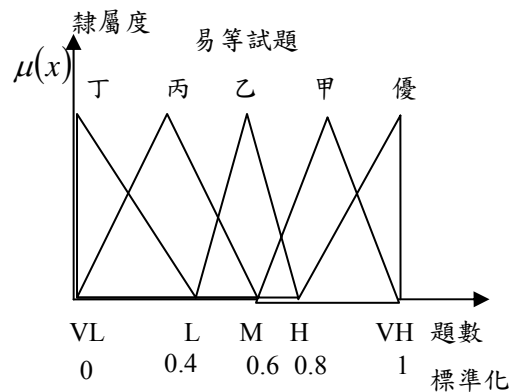


圖 4 易等試題之模糊隸屬函數

###### 步驟四、模糊評判矩陣

單因素評判矩陣即針對因素集中第  $i$  個因素  $\mu_i$  進行評判，給予評價集中第  $j$  個評價水準  $v_j$  之隸屬程度為  $r_{ij}$ 。本研究中，因素集為{難、中、易}，因此單因素評判集的矩陣  $\tilde{R}$  如下：

其歸一化評價水準集為  $V = \{1,0.8,0.6,0.4,0.2\}$ 。

$$\tilde{R} = \begin{bmatrix} \tilde{R}_1 \\ \tilde{R}_2 \\ \tilde{R}_3 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} r_{11} & r_{12} & r_{13} & r_{14} & r_{15} \\ r_{21} & r_{22} & r_{23} & r_{24} & r_{25} \\ r_{31} & r_{32} & r_{33} & r_{34} & r_{35} \end{bmatrix}$$

其中， $\tilde{R}_1$  (難)、 $\tilde{R}_2$  (中)、 $\tilde{R}_3$  (易)， $j = 1,2,3,4,5$ 。

步驟五、模糊綜合評判

以題目比例  $\tilde{A}$  與單因素評判矩陣  $\tilde{R}$  之合成運算，可得綜合評判結果。本研究運用  $M(\bullet, \oplus)$  模式解模化如下[9]：

$$\tilde{B} = \tilde{A}(\bullet, \oplus)\tilde{R} = [b_1, b_2, b_3, b_4, b_5] \quad (3)$$

其中，“ $\bullet$ ”為乘積運算，“ $\oplus$ ”為閉合加法運算，且須滿足

$$a \oplus b = \min\{(a+b), 1\} \quad (4)$$

$$b_j = \bigoplus_{i=1}^m (a_i \bullet r_{ij}) \quad (5)$$

步驟六、轉換為百分制

根據每個語意變數的綜合隸屬程度，將其轉換為百分制分數 (Z) 如下：

$$Z = 100 \sum_{j=1}^n b_j V_j \quad (6)$$

#### 4.2 批次評估

步驟一、設定評量因素集

假設學生在進行五次測驗之後統一做評量，這些單次評量成績即為評量因素，則其因素集為： $U = \{\text{測驗一}(t_1), \text{測驗二}(t_2), \text{測驗三}(t_3), \text{測驗四}(t_4), \text{測驗五}(t_5)\}$ 。

步驟二、建立因素權重集

假設五次評量成績項目均佔 20%，則因素權重為：

$$\tilde{A} = \frac{0.2}{t_1} + \frac{0.2}{t_2} + \frac{0.2}{t_3} + \frac{0.2}{t_4} + \frac{0.2}{t_5} = (0.2, 0.2, 0.2, 0.2, 0.2)$$

步驟三、建立隸屬函數

依每個評量項目，依全班所有學生成績設定隸屬函數。本研究採用謝凱隆[14]之模糊隸屬函數表示方式，如圖 5 所示。評價集是對評量對象各種語意評判結果所組成的集合，即  $V = \{\text{優, 甲, 乙, 丙, 丁}\}$ ，設其權重數量化為  $V = \{5, 4, 3, 2, 1\}$ ，再將

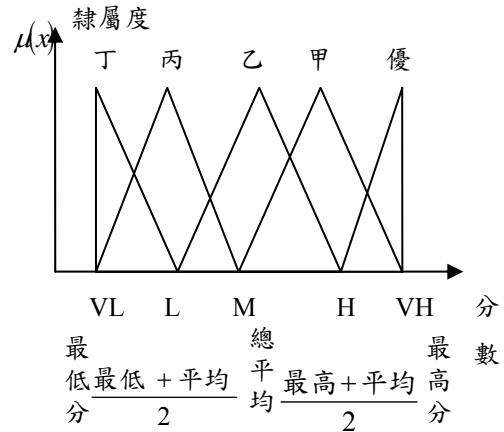


圖 5 成績之模糊隸屬函數

資料來源:謝凱隆[14]

步驟四、模糊評判矩陣

單因素評判矩陣即針對因素集中第  $i$  個因素  $\mu_i$  進行評判，給予評價集中第  $j$  個評價水準  $v_j$  之隸屬程度為  $r_{ij}$ 。各單因素評判集的隸屬度為橫行組成之矩陣，其中  $i = 1,2,\dots,5$ ， $j = 1,2,3,4,5$ ：

$$\tilde{R} = \begin{bmatrix} \tilde{R}_1 \\ \tilde{R}_2 \\ M \\ \tilde{R}_5 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} r_{11} & r_{12} & r_{13} & r_{14} & r_{15} \\ r_{21} & r_{22} & r_{23} & r_{24} & r_{25} \\ M & M & M & M & M \\ r_{51} & r_{52} & r_{53} & r_{54} & r_{55} \end{bmatrix}$$

步驟五、模糊綜合評判

以因素權重  $\tilde{A}$  與單因素評判矩陣  $\tilde{R}$  之合成運算，可得綜合評判結果。本研究運用  $M(\bullet, \oplus)$  模式解模化如公式(3)。

步驟六、轉換為百分制

根據每個語意變數的綜合隸屬程度，將其轉換為百分制分數 (Z) 如公式(6)。

## 5. 範例說明

### 5.1 即時評估的範例

步驟一、試題分為「難」、「中」、「易」，則  $U = \{\text{難}(u_1), \text{中}(u_2), \text{易}(u_3)\}$ 。

步驟二、本研究假設本次平時測驗試題難易比例，

分別為難等 30%，中等 30%，易等 40%。亦即

$$\tilde{A} = \frac{0.3}{\mu_1} + \frac{0.3}{\mu_2} + \frac{0.4}{\mu_3} = (0.3, 0.3, 0.4)。$$

步驟三、建立語意變數，如圖 2、3、4 所示。

步驟四、假設試題題數為 20 題。其試題難易度權重分別為：難等 30%，中等 30%，易等 40%，學生答對題數及成績如表 1 所示。

依據難、中、易的隸屬函數，以學生 A 答對難等試題 5 題為例，其成績落點分別在優等及甲等的程度值計算分別為：

(i) 在優等第之歸屬函數：5/6=0.83  
 $(0.83-0.7) / (1-0.7) = 0.433$

(ii) 在甲等第之歸屬函數：  
 $1-0.433 = 0.567$

學生 A 答對難等試題之模糊子集為  
 $\tilde{R}1 = \{0.433, 0.567, 0, 0, 0\}。$

依上述方式計算學生 A 的模糊子集：

(1) 答對難等題目： $\tilde{R}1 = \{0.433, 0.567, 0, 0, 0\}。$

(2) 答對中等題目： $\tilde{R}2 = \{0, 0.667, 0.333, 0, 0\}。$

(3) 答對易等題目： $\tilde{R}3 = \{0, 0.125, 0.875, 0, 0\}。$

學生 A 平時測驗之單因素評判矩陣為：

$$\tilde{R} = \begin{bmatrix} \tilde{R}1 \\ \tilde{R}2 \\ \tilde{R}3 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 0.433 & 0.567 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0.667 & 0.333 & 0 & 0 \\ 0 & 0.125 & 0.875 & 0 & 0 \end{bmatrix}$$

表 1 平時測驗答對題數

學號	答對題數			
	難等試題	中等試題	易等試題	分數
學生 A	5	4	5	70
學生 B	3	4	7	70
學生 C	2	4	4	50

步驟五、模糊綜合評判

$$\tilde{B} = \tilde{A}(\bullet, \oplus)\tilde{R} = \left(\frac{1}{3}, \frac{1}{3}, \frac{1}{3}\right)(\bullet, \oplus) \begin{bmatrix} 0.433 & 0.567 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0.667 & 0.333 & 0 & 0 \\ 0 & 0.125 & 0.875 & 0 & 0 \end{bmatrix}$$

$$= (0.168, 0.528, 0.304, 0, 0)$$

步驟六、以正規百分制表示法取整合評判結果

$$Z = 100 (0.168 \times 1 + 0.528 \times 0.8 + 0.304 \times 0.6 + 0 \times 0.4 + 0 \times 0.2) = 77.28$$

據此，三位學生的模糊評分及轉換成績如表 2 所示。

步驟七、評價等第

平時練習成績採以轉換後的模糊綜合評判之集合，採用累加法進行等第評判。

由於一般考試皆以 60 分為及格標準，因此累加至 0.6 之後，便是給該等第。以學生 A 為例，該學生的模糊綜合評判集合，優等為 0.20，甲等為 0.40，採用累加法 0.20+0.40=0.6 已經到達我們所訂的標準 0.6，因此學生 A 的等第為甲等。

三位學生原始成績、模糊評判成績以及等第，如表 3 所示。

表 2 各次測驗模糊綜合評判

	答對題數				模糊綜合評分	M( $\bullet, \oplus$ )
	難等試題	中等試題	易等試題	分數	{優, 甲, 乙, 丙, 丁}	轉換成績
學生 A	5	4	5	70	{0.168, 0.528, 0.304, 0, 0}	77.28
學生 B	3	4	7	70	{0.125, 0.431, 0.44, 0, 0}	61.78
學生 C	2	4	4	50	{0, 0.223, 0.466, 0.311, 0}	58.24

表 3 原始成績與模糊評判成績以及等第之比較

學號	原始分數	模糊綜合評分	M( $\bullet, \oplus$ )	等第
		{優, 甲, 乙, 丙, 丁}	轉換成績	
學生 A	70	{0.168, 0.528, 0.304, 0, 0}	77.28	甲
學生 B	70	{0.125, 0.431, 0.44, 0, 0}	61.78	乙
學生 C	50	{0, 0.223, 0.466, 0.311, 0}	58.24	乙

### 5.2 批次評估範例說明

本研究「批次方式」的評量流程，如圖 6 所示。

步驟一、五次個別模擬測驗即為評量因素集。亦

即，U={測驗一 ( $t_1$ ), 測驗二 ( $t_2$ ), 測驗三 ( $t_3$ ),

測驗四 ( $t_4$ ), 測驗五 ( $t_5$ )}。

步驟二、本研究假設每次模擬測驗均佔 20%。

步驟三、建立隸屬函數

假設學生成績如表 4 所示。據此可建立各次測驗之評量的語義變數，如圖 6 所示。

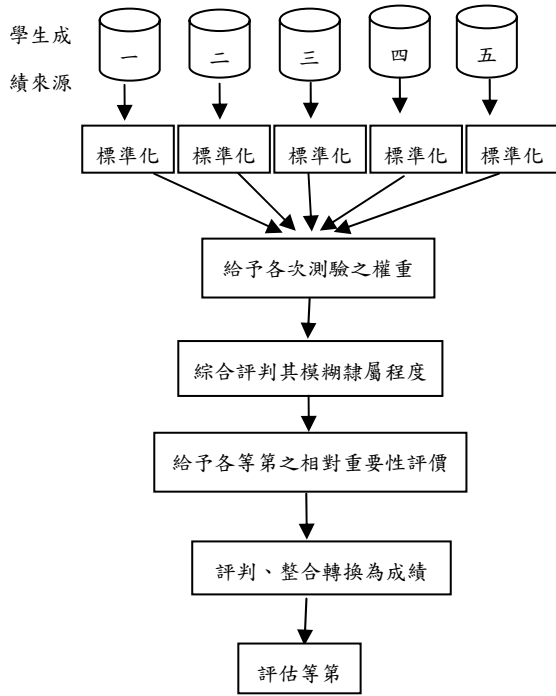


圖 6 批次處理流程圖

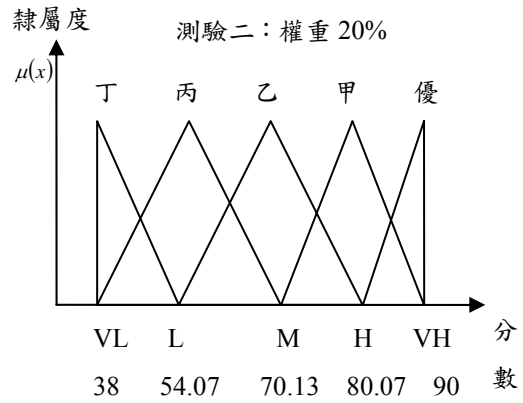


圖 8 測驗二之模糊隸屬函數

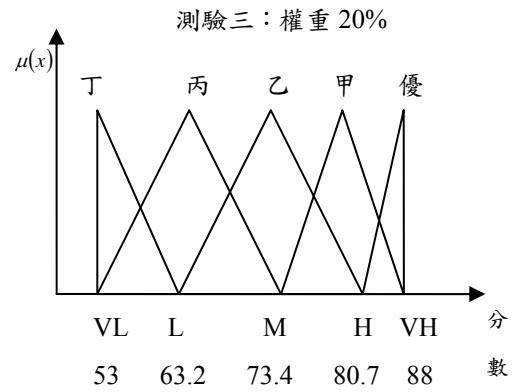


圖 9 測驗三之模糊隸屬函數

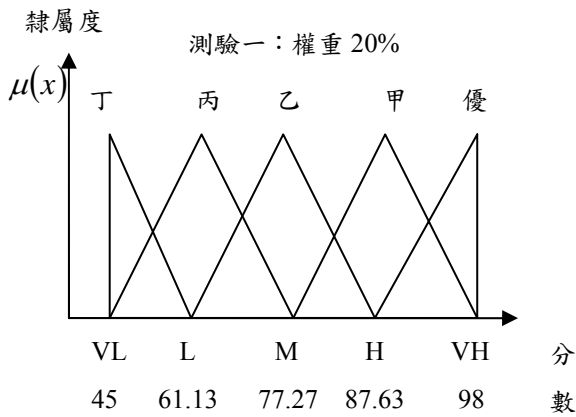


圖 7 測驗一之模糊隸屬函數

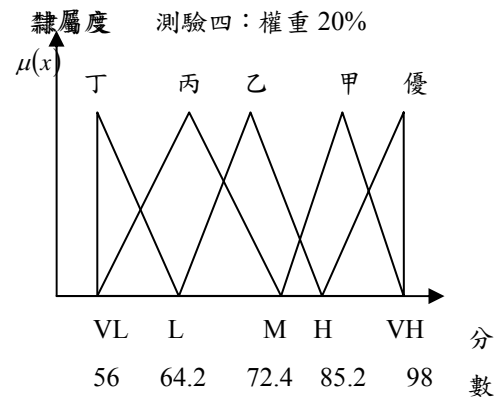


圖 10 測驗四之模糊隸屬函數

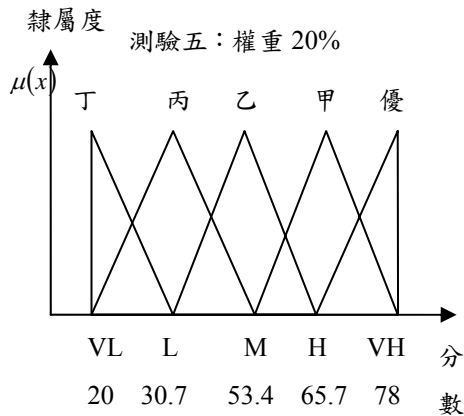


圖 11 測驗五之模糊隸屬函數

步驟四、求單因素模糊評判矩陣

以批次處理而言，即針對每一次之模擬測驗，分別求出其相對應之歸屬函數矩陣。學生模擬測驗每次權重均佔 20%，其成績如表 4 所示。

表 4 學生各次測驗成績之加權平均表

學號	第一次測驗	第二次測驗	第三次測驗	第四次測驗	第五次測驗	加權平均	排名
1	90	85	80	78	67	80	5
2	85	85	78	58	55	72.2	8
3	67	54	55	75	46	59.4	12
4	65	65	70	62	52	62.8	11
5	78	65	70	90	67	74	6
6	86	90	88	66	75	81	4
7	93	78	87	81	74	82.6	2
8	77	66	53	74	48	63.6	10
9	66	48	67	64	32	55.4	13
10	94	79	82	98	78	86.2	1
11	98	89	80	75	65	81.4	3
12	45	55	60	56	29	49	15
13	78	75	87	80	47	73.4	7
14	83	80	75	64	46	69.6	9
15	54	38	69	65	20	49.2	14

以 1 號學生第一次之模擬測驗成績 90 分為例，其

成績落點分別在優等及甲等第的程度計算為

(i) 在優等第之歸屬函數：

$$\begin{aligned} & (\text{VH 點} - \text{學生成績}) / (\text{VH 點} - \text{H 點}) \\ & = (98 - 90) / (98 - 87.6) = 0.229 \end{aligned}$$

(ii) 在甲等第之歸屬函數：

$$\begin{aligned} & (\text{學生成績} - \text{H 點}) / (\text{VH 點} - \text{H 點}) \\ & = (90 - 87.6) / (98 - 87.6) = 0.771 \end{aligned}$$

1 號學生第一次平時成績之模糊子集為：

$$\tilde{R}_1 = \{0.229, 0.771, 0, 0, 0\}$$

依上述方式計算 1 號學生各次平時成績之模糊子集：

- (1) 第一次模擬測驗成績： $\tilde{R}_1 = \{0.229, 0.771, 0, 0, 0\}$ 。
- (2) 第二次模擬測驗成績： $\tilde{R}_2 = \{0.497, 0.503, 0, 0, 0\}$ 。
- (3) 第三次模擬測驗成績： $\tilde{R}_3 = \{0, 0.904, 0.096, 0, 0\}$ 。
- (4) 第四次模擬測驗成績： $\tilde{R}_4 = \{0, 0.437, 0.563, 0, 0\}$ 。
- (5) 第五次模擬測驗成績： $\tilde{R}_5 = \{0.106, 0.894, 0, 0, 0\}$ 。

據此 1 號學生模擬測驗成績之單因素評判矩陣

為：

$$\tilde{R} = \begin{bmatrix} \tilde{R}_1 \\ \tilde{R}_2 \\ \tilde{R}_3 \\ \tilde{R}_4 \\ \tilde{R}_5 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 0.229 & 0.771 & 0 & 0 & 0 \\ 0.497 & 0.503 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0.904 & 0.096 & 0 & 0 \\ 0 & 0.437 & 0.563 & 0 & 0 \\ 0.106 & 0.894 & 0 & 0 & 0 \end{bmatrix}$$

步驟五、模糊綜合評判

$$\tilde{B} = \tilde{A}(\bullet, \oplus) \tilde{R}$$

$$\begin{aligned} & = (0.2, 0.2, 0.2, 0.2, 0.2)(\bullet, \oplus) \begin{bmatrix} 0.229 & 0.771 & 0 & 0 & 0 \\ 0.497 & 0.503 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0.904 & 0.096 & 0 & 0 \\ 0 & 0.437 & 0.563 & 0 & 0 \\ 0.106 & 0.894 & 0 & 0 & 0 \end{bmatrix} \end{aligned}$$

$$= (0.17, 0.7, 0.13, 0, 0)$$

步驟六、以正規百分制表示法取整合評判結果

$$Z = 100 (0.17 \times 1 + 0.7 \times 0.8 + 0.13 \times 0.6 + 0 \times 0.4 + 0 \times 0.2) = 80.8$$

據此，所有學生的模糊成績的等第，如表 5 所示。

6. 結論

數位學習是未來學習的趨勢，因此本研究乃針對網路環境提出一個數位學習的成效評量模式。學生可於特定期限內上網進行線上即時測驗，一方面



學生可以馬上得知成績及學習成效是否落後其他同學，另一方面也可知是否於簡單題目中粗心失分，而或對進階考題需要再多強練習。另外亦有於一定時間有模擬測驗，測驗結果除可顯示成績及排名外，尚可看出學習成效的穩定度、及其偏性。本研究所提出之評量模式，能完整呈現學習成效的狀況，並提供較多的資訊供學習者參考。未來，本研究將以此模式為基礎，開發一數位學習評量系統，以強化此模式的實用價值。

表 5 模糊綜合評判

學 號	加權 平均	排 名	模糊綜合評分	$M(\bullet, \oplus)$	排 名	等第	
			{優,甲,乙,丙,丁}	轉換 成績			
1	80	5	{0.17,0.70,0.13,0,0}	80.8	5	甲	偏優
2	72.2	8	{0.1,0.4,0.3,0.05,0.15}	65	9	乙	偏甲
3	59.4	12	{0,0.04,0.34,0.46,0.16}	45.2	12	丙	偏乙
4	62.8	11	{0,0,0.51,0.44,0.05}	49.2	11	丙	偏乙
5	74	6	{0.10,0.32,0.45,0.13,0}	65.2	8	乙	偏甲
6	81	4	{0.55,0.22,0.08,0.15,0}	83.4	4	甲	偏優
7	82.6	2	{0.41,0.48,0.11,0,0}	86	2	優	偏甲
8	63.6	10	{0,0.03,0.65,0.12,0.2}	50.2	10	丙	偏甲
9	55.4	13	{0,0,0.14,0.78,0.08}	41.2	13	乙	偏丙
10	86.2	1	{0.56,0.423,0.02,0,0}	90.8	1	優	不偏
11	81.4	3	{0.38,0.43,0.19,0,0}	83.8	3	甲	偏優
12	49	15	{0,0,0.01,0.43,0.56}	29	15	丁	不偏
13	73.4	7	{0.17,0.26,0.49,0.08,0}	70.4	7	甲	偏乙
14	69.6	9	{0.20,0.35,0.36,0.09,0}	73.2	6	甲	偏乙
15	49.2	14	{0,0,0.13,0.38,0.49}	32.8	14	丁	偏丙

## 7. 參考文獻

- [1] 王文俊，認識Fuzzy-第三版，全華科技圖書股份有限公司，民94。
- [2] 王文中、呂金燮、吳毓瑩、張郁雯、張淑慧，教育測驗與評量—教室學習觀點，五南圖書出版有限公司，民88。
- [3] 李進寶，多媒體應用的趨勢，教育資料與研究

第3期p37~p38，民84。

- [4] 吳德仁，模糊理論與不確定推理在教學系統中之應用，大葉大學資訊管理研究所碩士論文，民89。
- [5] 吳孟勳，應用模糊集合理論與試題反應理論於學習評量之研究，朝陽科技大學資訊管理系碩士論文，民92。
- [6] 吳世宏，模糊理論應用於非限制性答案評量之研究，大葉大學資訊管理學系碩士班碩士論文，民92。
- [7] 沈逸萍，運用模糊理論於學生總體評量之研究，義守大學工業工程與管理學系碩士學位論文，民92。
- [8] 林宜慶，模糊理論應用於學習程度評量之研究，大葉大學資訊管理學系碩士班碩士論文，民94。
- [9] 林張群、陳安斌、盧惠柔，以模糊綜合評判在二技甄試入學之應用，第十四屆全國技術及職業教育研討會論文集，67-75，崑山技術學院，台南，民88。
- [10] 莊仲寧，模糊數學方法在九年一貫課程學習領域綜合評量上之應用，國立台中師範學院教育測驗統計研究所理學碩士學位論文，民91。
- [11] 教育部電算中心，遠距教學發展概況及貿易，教育部網站：  
<http://www.edu.tw/moecc/ii7205/dp/results/91dislrep.htm>，民91。
- [12] 黃貝玲，從線上學習的發展看企業線上訓練，電子化企業-經理人報告第19期p12-p23，民90。
- [13] 劉兆漢、黃興燦，數位學習國家型科技計畫總體規劃書，民91。
- [14] 謝凱隆，智慧型線上適性測驗系統—模糊評分系統之研究，臺南師範學院資訊教育研究所未出版碩士論文，民88。
- [15] Bryant, K., Campbell, J., & Kerr, D. (2003). Impact of web based flexible learning on academic performance in information systems. Journal of Information systems education, 14(1). 41-50.

- [16] Kaufmann, A. and Gupta, M. M., "Introduction To Fuzzy Arithmetic : Theory And Application," Van Nostrand Reinhold, New York, 1991.
- [17] Zadeh, L. A., "Fuzzy Sets," Information and Control, Vol. 8, 1965, pp.338-353